

Das Grenztragverhalten von Kühlturmschalen
aus Stahlbeton

Doktorarbeit
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
der
Abteilung für Bauingenieurwesen
der Ruhr-Universität Bochum

von
Michael Winter
Dortmund

Bochum 1984



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546407_0013

Das Grenztragverhalten von Kühlturmschalen
aus Stahlbeton

Doktorarbeit
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
der
Abteilung für Bauingenieurwesen
der Ruhr-Universität Bochum

von
Michael Winter
Dortmund

Bochum 1984

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1982 bis 1984 am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Zerna danke ich besonders für die Anregung zu dieser Arbeit, die ständige Unterstützung und die Übernahme des Referates. Mein Dank gilt ebenfalls Herrn Prof. Dr.-Ing. Niemann für zusätzliche Anregungen in seiner Eigenschaft als zweiter Bericht.

Ich möchte es an dieser Stelle nicht versäumen, Herrn Dr.-Ing. Mungan für die fortwährende Unterstützung und Zusammenarbeit während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Ruhr-Universität Bochum zu danken.

Doktorarbeit eingereicht am: 12.6.1984

Tag der mündlichen Prüfung: 12.11.1984

Berichter: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. W. Zerna

Prof. Dr.-Ing. H.-J. Niemann

Inhaltsangabe

1. Einleitung

1.1 Stand der Kenntnisse	1
1.2 Problemstellung und Ziel der Untersuchung	6

2. Lineare Schalenberechnung

2.1 Wahl des Finiten Elements	9
2.2 Steifigkeitsmatrix und Schichtenmodell	15
2.3 Lastvektoren	21
2.4 Stabilität	23

3. Nichtlineare Schalenberechnung

3.1 Numerische Behandlung nichtlinearer Probleme	26
3.2 Physikalische Nichtlinearität und Materialgesetze	31
3.3 Geometrische Nichtlinearität	36
3.4 Erweiterung des linearen Rechenprogramms	37

4. Anwendungen

4.1 Traglastermittlung und Tragverhalten in Abhängigkeit von der Beulsicherheit	42
4.2 Näherungsweise Bestimmung des Traglastfaktors	74
4.3 Wertung der Ergebnisse für Schalen mit unterschiedlichen Beulsicherheiten	78
4.4 Temperaturbeanspruchung	86

5. Abschließende Betrachtungen

5.1 Zusammenfassung	104
5.2 Ergebnisse und Schlußfolgerungen	105

<u>Literaturverzeichnis</u>	112
-----------------------------	-----

<u>Bezeichnungen</u>	121
----------------------	-----

1. Einleitung

1.1 Stand der Kenntnisse

Der in den letzten Jahren stetig gewachsene Bedarf an Energie führte zu immer größeren Kraftwerkskapazitäten, die ihrerseits eine immer größere Kühlleistung erforderten. Schon früh erwiesen sich Naturzugkühltürme aus Stahlbeton als wirtschaftlichste Lösung, die auch den Belangen des Umweltschutzes gerecht wird.

Entwurf und Konstruktion dieser derzeit größten ausgeführten Schalentragerwerke aus Stahlbeton sind mit der Lösung einer Vielzahl gleichzeitig auftretender Probleme aus den Bereichen der Statik des Massivbaus, der Werkstoffkunde, der Lastannahmen und unter Umständen der Dynamik verbunden, so daß Ergebnisse von Untersuchungen an Kühltürmen Rückschlüsse auf das Tragverhalten anderer Schalentypen des Massivbaus zulassen. Die Komplexität der Forschungsbereiche ermöglicht keine umfassende Darstellung aller bisher erschienenen Veröffentlichungen im Rahmen dieser Arbeit. Die Auswahl der nachfolgenden Zusammenstellung einiger Ergebnisse erfolgte hauptsächlich im Hinblick auf ihre Verwertbarkeit als Grundlage für die eigenen Berechnungen und erhebt nicht den Anspruch der Vollständigkeit.

Wurde in den letzten beiden Jahrzehnten das Werkstoffverhalten von Stahlbeton hauptsächlich im Zusammenhang mit dem Tragverhalten von Platten und Scheiben untersucht, so zeigte

sich doch schon bald, daß dem Bereich der Schalen wegen ihrer schwierig zu erfassenden Tragwirkung eine besondere Bedeutung zukam, denn bereits 1971 hatte der Kühlturm von Trojan in Oregon/USA als damals größter der Welt eine Höhe von 151 m. 1976 folgte der Kühlturm von Dampierre, Frankreich, mit 165 m und 2 Jahre später wurde in Gundremmingen mit einer Höhe von 160 m und einem Basisdurchmesser von 140 m der größte Naturzugkühlturm auf deutschem Boden erstellt. Diese Entwicklung wurde von umfangreichen experimentellen und theoretischen Untersuchungen auf diesem Gebiet begleitet, deren Schwerpunkte die Lösung des Stabilitätsproblems, die Formulierung wirklichkeitsnaher Werkstoffgesetze und die Entwicklung leistungsfähiger numerischer Verfahren war.

DER und FIEDLER / 1 / führten 1968 erstmals realistische Modellversuche an Kühlturmschalen mit Modellen aus Kupfer und PVC im Windkanal durch, bei denen der Einfluß von Rissen und Versteifungen berücksichtigt wurde. Da die Versuche jedoch weder die erhebliche Wirkung des Eigengewichts der Schale auf das Stabilitätsverhalten noch den Einfluß unterschiedlicher Geometrien berücksichtigte, waren ihre Ergebnisse im Hinblick auf die Formulierung eines allgemeinen Stabilitätskriteriums für Kühlturmschalen nur begrenzt übertragbar. Eine große Zahl von Beulversuchen an Hyperbel- und Zylinderschalen stammt weiterhin von VERONDA und WEINGARTEN / 2 /. Die Anfang der siebziger Jahre für rotationssymmetrische Belastungen

durchgeführten Untersuchungen lieferten ebenfalls für bestimmte Geometrien kritische Lasten. Die Ergebnisse wurden durch Vergleichsrechnungen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente (FEM) bestätigt, ihre Übertragbarkeit war jedoch ähnlich begrenzt. Ein allgemeines, nur von den kritischen Spannungen abhängiges Kriterium für die Beulsicherheit von Kühlturmschalen wurde von MUNGAN / 3,4,5,6 / 1976 aus seinen Untersuchungen an Hyperbelschalen aus PVC abgeleitet. Die spannungsabhängige Formulierung erlaubt die Ermittlung der Beulsicherheitsbeiwerte von Rotationshyperboloiden beliebiger Geometrien und infolge beliebiger Belastungen. Die hierbei vorausgesetzte Annahme eines Membranspannungszustandes in der Schale kann als realistisch angesehen werden, da bei einer Störung der Membranwirkung, sei es durch Imperfektionen der Geometrie oder etwa durch örtlich eingeleitete Lasten, die kritische Last nicht durch ein Stabilitätsversagen bestimmt wird. Vielmehr wird in solchen Fällen das Kriterium für die Grenztragfähigkeit durch Materialversagen festgelegt.

Eine Gemeinsamkeit dieser Untersuchungen ist, daß die Beulversuche an Modellen durchgeführt wurden, die nicht aus Stahlbeton bestanden. Dies ist aus versuchstechnischen Gründen für Kühlturmschalen nicht möglich, da sich bei zweilagig bewehrten Modellen eine Mindestdicke von etwa 45 mm ergibt (vgl. / 18 /), was wiederum große Modellabmessungen bedingt, wenn die Beullast vor dem Versagen des verwendeten Materials erreicht werden soll.

Um die Besonderheiten des Werkstoffs Stahlbeton zu erfassen, bot sich demnach die Möglichkeit theoretischer Untersuchungen an. Die in der Literatur vorhandenen Veröffentlichungen zu diesem Thema beschränken sich jedoch fast ausschließlich auf Untersuchungen unter der Annahme idealisierter, homogener und isotroper Baustoffe mit linear-elastischer Spannungs-Dehnungslinie / z.B. 7,8,9,10,11,25 /. Obwohl die verschiedenen Aspekte mehraxialen Materialverhaltens schon seit langem untersucht werden, wie das Erscheinen der ersten diesbezüglichen Veröffentlichungen von FÜPPL aus dem Jahre 1900 und KÄRMÄN von 1911 zeigt (vgl. / 16 /), dauert die Forschung auf diesem Gebiet auch heute noch an. Die ersten zweiaxialen Druckversuche an Betonwürfeln stammen von WÄSTLUND / 12 / (1937). Aus der Vielzahl der bis heute durchgeführten Versuche ist die Arbeit von KUPFER / 13 / aus dem Jahre 1973 hervorzuheben, der mit Hilfe eines verallgemeinerten Hookeschen Gesetzes für anisotropes Materialverhalten jeweils zwei Sekantenwerte für den Elastizitätsmodul und die Querkontraktion in Abhängigkeit von den ebenen Hauptspannungen angibt. Bei der Ermittlung der bezogenen Bruchfestigkeitskurven von Betonproben der Größe 200 x 200 x 50 mm wurde eine Behinderung durch Reibungskräfte durch Einsatz von Stahlbürsten zur Krafteinleitung vermieden. Die zweiaxiale Festigkeitssteigerung im Druck/Druck-Bereich ist hierbei geringer als etwa bei einer Behinderung der Reibungseinflüsse durch Zwischenlagen in den Probekörpern. Eine Übersicht über bisher erzielte Ergebnisse findet sich bei ZERNA et al.

/ 14 / WEGNER / 15 /, sowie in / 13 / und / 16 /.

Die in / 13 / gewählte phänomenologische Betrachtungsweise bei der Formulierung des Verformungs- und Bruchverhaltens zweiachial belasteten Betons, d.h. die Beschränkung auf die Beschreibung der vorhandenen Versuchsergebnisse ohne die Möglichkeit einer genauen Interpretation des Werkstoffverhaltens, bietet den Vorteil, die erzielten Ergebnisse in eine allgemein gültige mathematische Darstellungsweise umzuformen. Dies erfolgte durch die Arbeit von LINK / 16 / (1976), der den spannungsabhängigen Verlauf der Werkstoffgrößen aus / 13 / mit Hilfe von Computerprogrammen für Sekanten- und Tangentenwerte nachvollzog. Damit war es möglich, aus einer wirklichkeitsnahen Formulierung mehrachsigen Betonverhaltens diskrete Größen zur Implementierung in die mittlerweile weit fortgeschrittenen numerischen Berechnungsverfahren zu erhalten.

FORM und PETERS / 17 / wiesen 1978 auf die großen Unterschiede in den Ergebnissen von linearer und physikalisch-nichtlinearer Berechnung hin. Erste Untersuchungen über die Beulsicherheit und Grenztragfähigkeit unter Verwendung der Ergebnisse aus / 13 / und / 16 / stammen von ZERNA et al. /18,19 / (1980). Das hierbei zur Berechnung herangezogene Kegelstumpfringelement erweist sich jedoch, ähnlich wie das in diesem Zusammenhang vielfach verwendete ebene Dreieckselement, bei der Untersuchung gekrümmter Bau-

teile als problematisch (vgl. Abschn. II). Ein für diesen Zweck besser geeignetes räumlich gekrümmtes Element wurde 1980 von COENEN / 20 / in Verbindung mit einem vereinfachten dreiaxialen Materialgesetz für Beton vorgeschlagen. Die Veröffentlichungen von MANG et al. / 21 / und FLÖGGL / 22 / aus 1983 sind die neuesten Arbeiten auf dem Gebiet nichtlinearer Schalenberechnung, die versuchen, physikalische und geometrische Einflüsse auf das Stabilitäts- und Tragverhalten von Kühlturmschalen zu erfassen.

1.2 Problemstellung und Ziel der Untersuchung

Kühltürme werden außer durch ihr Eigengewicht im Normalfall nur noch durch eine von geographischer Lage und Bauhöhe abhängiger Windlast beansprucht. Beide Belastungsarten werden vorwiegend durch Membranwirkung abgetragen. Eine Bemessung dieser Tragwerke nach den zur Zeit gültigen Bestimmungen erfolgt im wesentlichen im Hinblick auf den geforderten Beulsicherheitsbeiwert von 5.0, da der aus dieser Forderung resultierende Wanddickenverlauf den Anteil des Eigengewichts an der Gesamtbelastung so anwachsen läßt, daß im allgemeinen die Zugspannungen infolge der Windkräfte im Gebrauchszustand völlig überdrückt werden. Eine Bemessung mit Teilsicherheiten gemäß / 23 / und der einer Versagenswahrscheinlichkeit von $p_f = 5 \times 10^{-4}$ entsprechenden 1.75-fachen Windlast liefert einen geringen Stahlquerschnitt,

so daß Kühlturmschalen, von Randbereichen abgesehen, oft nur eine Mindestbewehrung von 0.3 % aufweisen.

Die Grenztragfähigkeit schlanker Schalen aus Stahlbeton wird durch die Faktoren Stabilität und Materialversagen bestimmt, die nicht unabhängig voneinander betrachtet werden können, da das Erreichen der Betondruckfestigkeit bzw. der Streckgrenze der Bewehrung u.a. von der Vorbemessung nach dem Stabilitätskriterium abhängt. Aus diesem Grund bedarf die generelle Forderung nach einem hohen Beulsicherheitsbeiwert von $\gamma_B = 5.0$ bei gleichzeitig einzuhaltenden Sicherheiten von 1.75 und 2.1 gegen Materialversagen einer Überprüfung, die die gegenseitige Beeinflussung beider Bemessungskriterien berücksichtigt.

Hierzu wird das Verhalten von Kühlturmschalen gleicher Geometrien aber unterschiedlicher Wanddicken - und somit verschiedener Sicherheiten gegen Instabilwerden - bei Belastung durch ihr Eigengewicht und durch eine nicht-rotationssymmetrische Windlast untersucht. Letztere wird inkrementell bis zum Erreichen der Grenztragfähigkeit erhöht. Diese Vorgehensweise liefert eine noch zulässige untere Grenze der Beulsicherheit, die entweder durch Wahl einer maximalen Windlastordinate oder etwa durch Vorgabe einer größten vertretbaren Verformung bestimmt werden kann. Diese werden im Rahmen der Untersuchungen in den Grenzen von $\gamma_B = 2.1$ bis $\gamma_B = 5.0$ betrachtet, wobei der kleinere Wert

durch die größte geforderte Sicherheit gegen Materialversagen determiniert ist. Die korrelativen Beziehungen zwischen Trag- und Beullast lassen eine differenziertere Aussage über die bei der Bemessung schlanker Schalen aus Stahlbeton erforderlichen Sicherheitskriterien zu, als dies im Rahmen der Bestimmungen derzeit möglich ist.

Weiterhin wird untersucht, von welchen Faktoren die Grenztragfähigkeit bestimmt wird und in welchem Umfang sie von den einzelnen Parametern abhängt. Ermöglicht wird diese Aussage durch eine genaue Betrachtung des Verformungs- und Kräfteverlaufs in der Schale im Bereich der kritischen Lasten.

Bei Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens von Stahlbeton ist die Ermittlung von Zwängungsspannungen wegen des Übergangs vom ungerissenen Zustand in Zustand II und der damit verbundenen Steifigkeitsänderungen als geschlossene Lösung nicht möglich. Mit Hilfe der nichtlinearen numerischen Verfahren wird eine genaue Ermittlung der verbleibenden Restzwängung durchgeführt. Diese Berechnungen werden wiederum für verschiedene Kühlturmgeometrien und Temperaturzustände durchgeführt.

2. Lineare Schalenberechnung

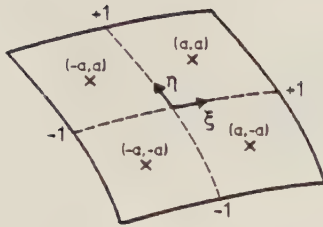
2.1 Wahl des Finiten Elements

Bei der Methode der Finiten Elemente (FEM) lassen die verwendeten Formfunktionen eine exakte Bestimmung des Energieminimums im allgemeinen nicht zu, da sie nur eine von verschiedenen Faktoren abhängige Näherung des Verschiebungsverlaufs innerhalb eines Elements liefern. Wie zum Beispiel in / 26 / erläutert wird, müssen zur Sicherung der Konvergenz gegen die exakte Lösung bestimmte Forderungen erfüllt sein. Bei der Anwendung gebräuchlicher ebener Elemente erzielt man eine verbesserte Genauigkeit durch eine erhöhte Knotenzahl oder durch eine steigende Anzahl der Elemente selbst. Beides ist mit erheblichem numerischen Aufwand verbunden. Für eine nichtlineare, iterative Berechnung, bei der die zur Verfügung stehende Rechenzeit eine wichtige Rolle spielt, sind einfache Rechteckelemente nur bedingt geeignet, da gekrümmte Formen mit einer geringen Zahl dieser Elemente nicht nachzubilden sind. Die facettenartige Annäherung der tatsächlichen Geometrie führt zu Diskontinuitäten in den Neigungen benachbarter Elemente und damit zu Biegemomenten in der Schale. Ferner entfallen die Kopplungsfunktionen zwischen Membran- und Biegeverformungen.

Aus diesem Grund kommt für den zu untersuchenden Problembereich ein räumlich gekrümmtes, isoparametrisches Rechteckelement zur Anwendung. Es handelt sich um ein Element mit nichtkonfor-

men Ansätzen, das die Konvergenzkriterien des sogenannten Patch-Tests (vgl. / 29,30 /) erfüllt, mit dem überprüft wird, ob Starrkörperverschiebungen keine Verzerrungen hervorrufen, und ob konstante Spannungszustände korrekt wiedergegeben werden.

Erste Untersuchungen isoparametrischer Elementtypen stammen von TAIG / 27 /. IRONS / 28 / verallgemeinerte die Methode und entwickelte Ansatzfunktionen für ein sogenanntes 'SEMI-LOOF' - Element / 29 / mit 32 Freiheitsgraden (Abbildung 1), auf dessen Entwicklung hier kurz eingegangen wird. Die Bezeichnung geht zurück auf LOOF / 31 /, der nichtkonforme Elemente an Integrationspunkten längs der Ränder verband, so daß durch Vorgabe von Nullstellen der Ansatzfunktionen an diesen Punkten bei der numerischen Integration keinerlei virtuelle Arbeit infolge des nichtkonformen Verhaltens geleistet wird. AHMAD / 32 / entwickelte ein räumlich gekrümmtes Element, das zur Erfassung der Biegesteifigkeit aus mehreren übereinanderliegenden Membranschalen besteht ('membrane-stack'), wobei die Schubverzerrungen aus der gegenseitigen Verschiebung benachbarter Membranen ermittelt wird. TOO / 33 / stellte durch Vergleich verschiedener numerischer Integrationsverfahren fest, daß die besten Ergebnisse für die Spannungsermittlung bei einem Ahmad-Element mit einer 2×2 Gauß-Integration erzielt werden, wenn die Spannungen an denselben Integrationspunkten ermittelt werden. Ähnliche Feststel-



x - Gauß-Punkte zur Ermittlung der Steifigkeitsmatrix

$$a = \pm \sqrt{1/3}$$



o - Translationen

x - Rotationen

Δ - Spannungen, Element-belastungen

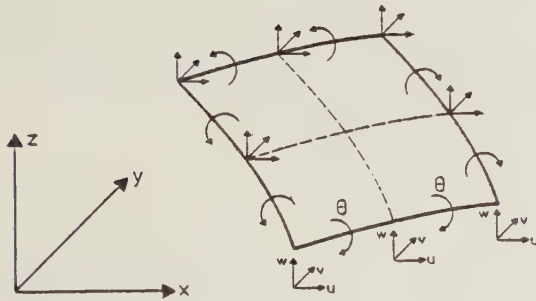


Abbildung 1: Isoparametrisches 'SEMI-LOOP' - Element mit 32 Freiheitsgraden

lungen zur optimalen Bestimmung der Schnittgrößen wurden von BARLOW / 34 / gemacht.

Alternativ zu Ahmads Berechnung der Schubverzerrungen besteht die Möglichkeit, eine diskrete Kirchhoff'sche Bedingung der Form

$$\frac{\partial w}{\partial x} - \theta = 0 \quad (1)$$

an bestimmten Elementpunkten vorzugeben. Damit lassen sich dieselben Steifigkeitsmatrizen wie bei Elementen mit C^1 -Kompatibilität bilden, wenn die Vorgabe an den Gauß-Punkten erfolgt. RAZZAQUE et al. / 35 / entwickelte ein Platten-Element mit Zwangsbedingungen dieser Art an den innenliegenden Integrationspunkten. Dieses Vorgehen lieferte jedoch Konvergenz nur für Rechteckelemente. BALDWIN et al. / 36 / verlegte die Zwangsbedingungen an die Gauß-Punkte längs der Elementränder und führte einen weiteren Freiheitsgrad

$$w = (1-\xi^2)(1-\eta^2) \quad (2)$$

ein. Damit wurde Konvergenz für beliebige Rechtecke erzielt. Darauf aufbauend erweiterte Irons das Element und führte weitere Randbedingungen ein, die nicht mehr nur an einzelnen Punkten vorgegeben werden / 29 /, sondern sich über die Elementränder oder -oberflächen erstrecken. Die ursprünglich 43 Freiheitsgrade können dadurch auf 32 reduziert werden, nämlich je 3 Translationen an den Elementknoten und je eine Rotation an den Integrationspunkten längs der Ränder (Ab-

bildung 1).

Eine Kodierung für das hier erläuterte Element ist in / 30 / angegeben. Es bietet eine Reihe von Vorteilen, die seinen Einsatz bei der Lösung der vorliegenden Probleme sinnvoll macht. Da die Spannungen an den vier Integrationspunkten innerhalb eines Elements getrennt ermittelt werden (Abbildung 1), kann zum Beispiel der Einfluß eines spannungsabhängig formulierten, nichtlinearen Materialgesetzes auf das Tragverhalten unabhängig voneinander an vier Stellen je Element berücksichtigt werden.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde auf das in / 30 / abgedruckte und erläuterte Programm zurückgegriffen, wobei einige problemorientierte Modifizierungen vorgenommen wurden. Die ursprüngliche Elementformulierung sieht nur eine konstante Dickenverteilung vor und berücksichtigt als mögliche Belastung außer Eigengewicht nur eine für das gesamte System konstante Druckverteilung. Durch die Erweiterung ist es möglich, je Element acht verschiedene Knotendicken einzugeben, deren Einfluß durch Korrekturglieder bei der Bestimmung der Matrix der Ansatzfunktionen bestimmt wird. Bezeichnet man mit $\underline{\Delta} = [R, S]$ die gegenseitige Verschiebung zweier gegenüberliegender Punkte auf der Elementober- und Elementunterseite, so gilt bei Gültigkeit der Normalenhypothese zum Beispiel in x-Richtung

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = \frac{1}{t} \frac{\partial \underline{\Delta}}{\partial x} \hat{x} \quad (3)$$

Bei veränderlicher Dicke $t = t(x, y)$ ist

$$\frac{\partial t}{\partial x} \neq 0 \quad \frac{\partial t}{\partial y} \neq 0 \quad (4)$$

und

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} (t \neq \text{const.}) = \frac{1}{t(x, y)} \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \quad (5)$$

Berücksichtigt man schließlich noch unterschiedliche Ableitung $\partial/\partial x$ und $\partial/\partial y$ auf gegenüberliegenden Elementoberflächen, wie sie bei einer Translation gekrümmter Elemente auftreten, so ergibt sich für die zweiten Ableitungen der Verschiebungen (vgl. / 29 /):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \end{bmatrix} = \frac{1}{t(x, y)} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta}{\partial x} \\ \frac{\partial \Delta}{\partial y} \end{bmatrix} [\hat{x} \hat{y}] \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} \frac{\partial t}{\partial x} \\ \frac{\partial t}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \right. \\ \left. - \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial x} & \frac{\partial S}{\partial x} \\ \frac{\partial R}{\partial y} & \frac{\partial S}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \right\} \quad (6)$$

Die Bestimmung des Lastvektors an jedem Integrationspunkt ermöglicht es, über die Elementfläche veränderliche Lasten gut zu erfassen. An jedem dieser vier Punkte kann eine unterschiedliche Druck- oder Temperaturlast angegeben werden, die nur auf den dazugehörigen Anteil der Elementfläche wirkt (vgl. Abbildung 1).

2.2 Steifigkeitsmatrix und Schichtenmodell

Das Gesamtpotential eines konservativen Systems muß, damit die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sind, invariant gegenüber einer Variation des zulässigen Verschiebungszustandes sein. Im mathematischen Sinn besteht das Problem demnach darin, das Minimum eines Funktional der Funktionen $\underline{U}$ innerhalb eines Gebiets zu bestimmen. Im Gegensatz zum Ritz'schen Näherungsverfahren, bei dem die Funktion $\underline{U}$ in der Regel für das gesamte Gebiet gültig ist, wird bei der FEM die Funktion elementweise aufgestellt. Betrachtet man das Funktional als Summe elementweiser Funktionale, ergibt sich zur Bestimmung des Minimums ein Gleichungssystem der Form

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \underline{U}} = \begin{bmatrix} \Sigma \frac{\Phi^e}{\partial \underline{U}_1} \\ \Sigma \frac{\Phi^e}{\partial \underline{U}_2} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (7)$$

Das Gesamtpotential setzt sich zusammen aus dem Potential der inneren Kräfte

$$\underline{\Phi}_i = \int_V \underline{\sigma} \underline{\epsilon} dv \quad (8)$$

und dem Potential der äußeren Kräfte einschließlich der statischen Randbedingungen P^*

$$\underline{\Phi}_a = - \int_V \underline{u}^T \underline{P}_v dv - \int_F \underline{u}^T \underline{P}^* dF \quad (9)$$

Daraus folgt mit $\underline{\epsilon} = \underline{B} \underline{u}$ bei einer Variation der Verschiebungen $\delta \underline{u}$ das Prinzip der virtuellen Arbeit

$$\delta \underline{\Phi} = \underline{0} = \int_V (\delta \underline{u}^T \underline{B}^T \underline{E} \underline{B} \underline{u}) dv - \int_V \delta \underline{u}^T \underline{P}_v dv - \int_F \delta \underline{u}^T \underline{P}^* dF \quad (10)$$

Mit der Steifigkeitsmatrix

$$\underline{K} = \int_V \underline{B}^T \underline{E} \underline{B} dv \quad (11)$$

läßt sich ein Gleichungssystem der Form

$$\underline{K} \underline{u} + \underline{P} = \underline{0} \quad (12)$$

ableiten.

Zur Bestimmung der Steifigkeitsmatrix in lokalen $\xi - \eta$ - Koordinaten wird mit Hilfe der JACOBI-Matrix

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

aus (11) mit

$$dv = t dA = t \det \underline{J} d\xi d\eta \quad (14)$$

$$\underline{K} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 t \det \underline{J} [\underline{B}^T \underline{E} \underline{B}] d\xi d\eta \quad (15)$$

Die Integration erfolgt numerisch nach dem Gauß'schen Verfahren, bei dem mit n Stützstellen Polynome bis zum Grad $(2n-1)$ exakt integriert werden können. Allgemein ist (vgl. / 26 /)

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) \quad (16)$$

Damit wird aus (15)

$$\underline{K} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 t \det \underline{J} [\underline{B}^T \underline{E} \underline{B}] = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 f(\xi_i, \eta_i) \quad (17)$$

In Tragwerken, die neben Membranspannungszuständen auch Biegebeanspruchungen aufweisen, wird das Werkstoffverhalten von Stahlbeton so

komplex, daß man es nur näherungsweise erfassen kann. Eine mögliche Vorgehensweise beschreibt ein integriertes Werkstoffverhalten über den gesamten Querschnitt, wobei die Materialeigenschaften durch Momenten-Krümmungslinien festgelegt werden. Dieses Verfahren läßt sich zwar für Platten anwenden, wie etwa die Arbeit von JOFRIET und MCNEICE / 37 / zeigt, indem die unbekannten M - K -Beziehungen aus den Spannungs-Dehnungslinien errechnet werden. Dieses Vorgehen führt bei den in Schalen zusätzlich auftretenden Membrankräften jedoch zu Schwierigkeiten, so daß für die vorliegende Arbeit ein anderes Konzept herangezogen wird. Es geht zurück auf HAND, PECKNOLD und SCHNOBRICH / 38 /, und hat sich in mehreren Untersuchungen (z.B. / 18 /, / 41 /) als geeignet erwiesen. Es sieht vor, das Stahlbetonelement in mehrere übereinanderliegende Schichten zu unterteilen (Abbildung 2).

Damit läßt sich ein über den Querschnitt veränderliches Materialverhalten erfassen. In jeder Lage wird ein über die Schichtdicke konstanter, ebener Spannungszustand angenommen, der nur von dem Verzerrungszustand in dieser Lage abhängig ist. Dieser Verzerrungszustand läßt sich aus den Verformungen einer frei wählbaren Bezugsschicht ableiten. Das zweiaxiale Werkstoffverhalten kann so direkt in die FEM-Berechnung implementiert werden (vgl. / 18,22,39,41 /).

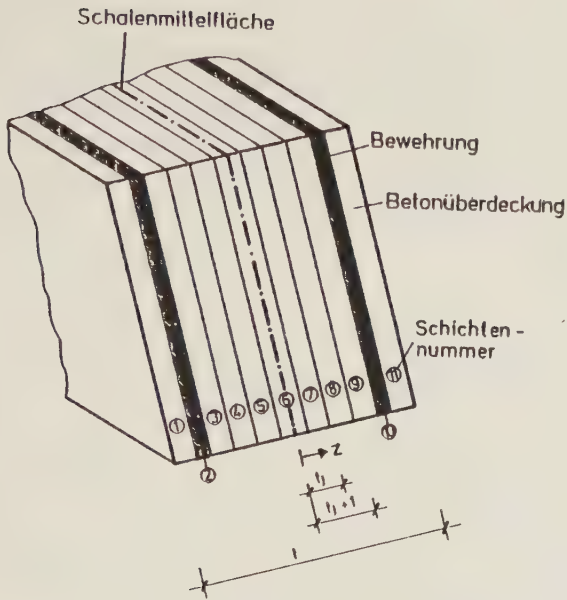


Abbildung 2: Geschichtetes Stahlbeton-Schalenelement

Unter der Voraussetzung ebenbleibender Querschnitte setzen sich die Dehnungen im Abstand Z von der Bezugsfläche aus Membran- und Biegeanteilen zusammen, so daß für die i -te Schicht gilt

$$\sigma_i = E_i \varepsilon_i = E_i A(z) \left[\frac{\varepsilon}{\kappa} \right]_{\text{Bezugsschicht}} \quad (18)$$

Um unterschiedliche Bewehrungsgrade in x- und y-Richtung innerhalb der verschmierten Stahlschichten bei der Ermittlung der Elementsteifigkeit zu erfassen, also $\mu_x \neq \mu_y$, wird

$$E_{y\text{Stahl}} = E_{x\text{Stahl}} \times \frac{\mu_y}{\mu_x} \quad (19)$$

Mit

$$\underline{A}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -z & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -z & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -z \end{bmatrix} \quad (20)$$

wird aus (15)

$$\begin{aligned} \underline{K} &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \det \underline{J} \left[\underline{B}^T \int_z^T \underline{A}^T \underline{E} \underline{A} dz \underline{B} \right] d\xi d\eta \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \det \underline{J} \left[\underline{B}^T \begin{bmatrix} \sum_j (t_{j+1} - t_j) \underline{E}_j & \sum_j -\frac{1}{2} (t_{j+1}^2 - t_j^2) \underline{E}_j \\ \sum_j -\frac{1}{2} (t_{j+1}^2 - t_j^2) \underline{E}_j & \sum_j \frac{1}{3} (t_{j+1}^3 - t_j^3) \underline{E}_j \end{bmatrix} \underline{B} \right] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (21)$$

Bei der verwendeten 2×2 Gauß-Integration und n Schichten werden also $4n$ unabhängige Materialverhalten bei der Ermittlung der Elementsteifigkeit berücksichtigt.

2.3 Lastvektoren

Wie bereits oben erwähnt, werden die auf ein Element wirkenden Lasten anteilig an den vier Integrationspunkten ermittelt (Abbildung 1). Sie werden so in die den 32 Freiheitsgraden zugehörigen Knotenkräfte umgeformt, daß die geleistete Arbeit gleichbleibt.

Somit ergibt sich für das Eigengewicht

$$\underline{P}_g = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \det \underline{J} \cdot t(\xi, \eta) \underline{B}^T g \, d\xi \, d\eta \quad (22)$$

Die Schalendicke t wird bei der numerischen Integration nur an den Stützstellen $\xi, \eta = \pm\sqrt{1/3}$ explizit ermittelt. Die hieraus resultierenden Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des Volumens sind jedoch bei einer zwischen den Knoten linear veränderlichen Wanddicke vernachlässigbar. Sinngemäßes gilt auch für den Temperaturlastfall.

Für die Windbeanspruchung wird

$$\underline{P}_w = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \det \underline{J} \underline{B}^T p(\xi, \eta) \, d\xi \, d\eta \quad (23)$$

Die Temperaturbeanspruchung der Schale wird in Form von Anfangsverzerrungen berücksichtigt. So ist etwa bei einer über den Querschnitt linearen Temperaturverteilung

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\epsilon}}^0 \\ \underline{\underline{\kappa}}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_{xx}^0 \\ \kappa_{yy}^0 \\ \kappa_{xy}^0 \end{bmatrix} = \alpha_T \begin{bmatrix} T_0 \\ T_0 \\ 0 \\ -\Delta T/t \\ -\Delta T/t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Der schichtweise konstante, ebene Verzerrungszustand lautet damit für die j-te Schicht

$$\underline{\underline{\epsilon}}_i^0 = \underline{\underline{\epsilon}}^0 + \frac{1}{2} (t_{j+1} + t_j) \underline{\underline{\kappa}}^0 \quad (25)$$

Die daraus resultierenden fiktiven Spannungen

$$\underline{\underline{\sigma}}_i^0 = \underline{\underline{E}}_i \underline{\underline{\epsilon}}_i^0 \quad (26)$$

werden aufsummiert und in einen äquivalenten Lastvektor umgeformt. Dieser lautet für eine beliebige Temperaturverteilung $\Delta T = \Delta T(x, y, z)$ innerhalb eines Elements (Abbildung 3)

$$\underline{\underline{P}}_{\Delta T} = \int_V \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{\sigma}}^0 dv = \int_A \underline{\underline{B}}^T \int_z \begin{bmatrix} -\frac{\underline{\underline{E}}}{-zE} \end{bmatrix} \underline{\underline{\epsilon}}^0 dz dA \quad (27)$$

Damit wird analog zu (21)

$$\underline{\underline{P}}_{\Delta T} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \det \underline{\underline{J}} \underline{\underline{B}}^T \begin{bmatrix} \frac{\sum_j (t_{j+1} - t_j) \underline{\underline{E}}_j \underline{\underline{\epsilon}}_j^0}{\sum_j -\frac{1}{2} (t_{j+1}^2 - t_j^2) \underline{\underline{E}}_j \underline{\underline{\epsilon}}_j^0} \end{bmatrix} d\xi d\eta \quad (28)$$

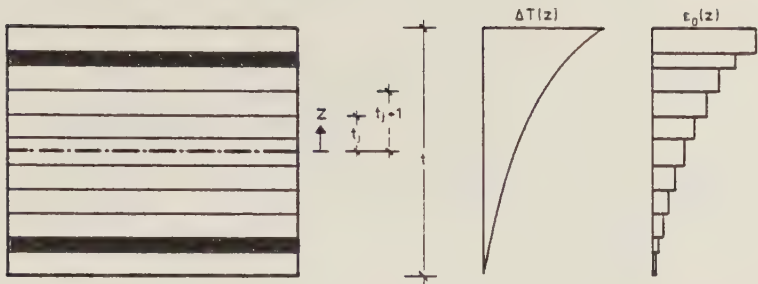


Abbildung 3: Temperaturverteilung
über den Querschnitt

2.4 Stabilität

Die zur Zeit gültigen Stahlbetonbestimmungen fordern eine Beulsicherheit von $\gamma_B = 5.0$ für Schalentragwerke. Dadurch rückt das Stabilitätsproblem bei der Bemessung von Schalen in den Vordergrund. Die geforderte Sicherheit ist also auch bei Kühltürmen das entscheidende Kriterium bei der Festlegung der Wanddicke.

Allgemein beginnt das statische Instabilwerden örtlich begrenzt und leitet den Nachbeulbereich ein / 40 /. Je nach verwendetem Material können sich stabile Beulmuster einstellen, ohne daß es zum Bruch kommt. Aufgrund der damit verbundenen großen Verformungen führt bei einer Stahlbetonschale die erste auftretende Beule zu so großen

Schäden, daß für den Stabilitätsnachweis nur die primäre Beullast maßgebend ist / 18 /. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Nachweis für die Vorbemessung der Schalenwanddicke mit dem bereits in Abschnitt 1 erwähnten dimensionslosen Interaktionsdiagramm von Mungan durchgeführt, das in der / 16 / entnommenen Abbildung 4 wiedergegeben wird.

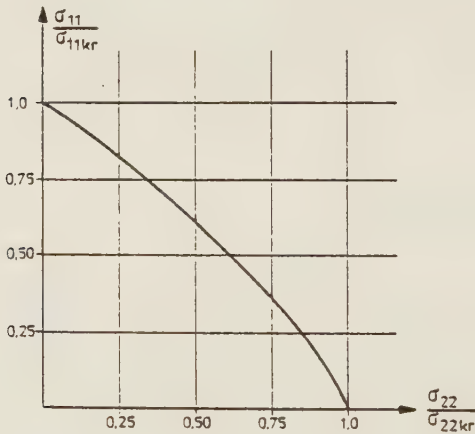


Abbildung 4: Dimensionsloses Interaktionsdiagramm für den Beulsicherheitsnachweis

Die Beulsicherheit ergibt sich aus

$$0,8 \gamma_B \left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{11kr}} + \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22kr}} \right) + 0,2 \gamma_B^2 \left[\left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{11kr}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22kr}} \right)^2 \right] = 1 \quad (29)$$

Die kritischen Spannungen in Ringrichtung
/ 42 /

$$\sigma_{11kr} = 0,985 \frac{E}{(1-\nu^2)^{3/4}} \left(\frac{t}{R_T}\right)^{4/3} k_{G11} \quad (30)$$

und in Meridianrichtung

$$\sigma_{22kr} = 0,72 \frac{E}{(1-\nu^2)^{3/4}} \left(\frac{t}{R_T}\right)^{4/3} 0,85 k_{G22} \quad (31)$$

sind geometrieabhängig. Die Korrekturglieder k_G werden in / 6 / für diskrete Parameter R_T/R_B und R_T/z_T angegeben. Für die Implementierung in das Programm werden sie mit $x = R_T/z_T$ und $y = R_T/R_B$ als stetige Funktionen angenähert / 25 /.

$$\begin{aligned} k_{G11} = & -1,0786 + 5,618x + 2,3909y - 10,1592xy \\ & -5,4227x^2 - 1,0049y^2 + 10,0058x^2y \\ & + 2,1292xy^2 \\ k_{G22} = & 0,5374 - 1,1067x + 3,2473y - 10,2992xy \\ & -10,2131x^2 - 2,4861y^2 - 16,6253x^2y \\ & + 17,1871xy^2 \end{aligned} \quad (32)$$

Die Beulsicherheit γ_B wird an jedem maßgeblichen Integrationspunkt ermittelt und der kleinste Wert ausgegeben. Zur Vermeidung zu geringer Wandstärken oberhalb der Taille wird in / 23 / zusätzlich das Nachweisverfahren nach DER und FIDLER / 1 / angegeben, das wegen des stets vorhandenen oberen Randglieds hier nur der Vollständigkeit wegen erwähnt wird.

3. Nichtlineare Schalenberechnung

3.1 Numerische Behandlung nichtlinearer Probleme

Das im vorherigen Abschnitt dargestellte Berechnungsverfahren mit Hilfe der FEM beinhaltet eine lineare Spannungs-Verzerrungs-Beziehung und eine ebensolche Form der Verzerrungs-Verschiebungs-Beziehung. Diese Voraussetzungen lassen sich jedoch bei einer wirklichkeitsnahen Berechnung von Schalen nicht mehr aufrechterhalten. Aus diesem Grund muß ein Verfahren gesucht werden, das einerseits ein nichtlineares Stoffgesetz und Verformungsverhalten berücksichtigt, andererseits aber nicht zu einer völligen Neuformulierung der numerischen Lösungswege führt.

Bei nichtlinearen Problemen wird aus (12)

$$\underline{K}(\underline{u})\underline{u} + \underline{P} = \underline{F}(\underline{u}) + \underline{P} = \underline{0} \quad (33)$$

Diese Gleichung ist nicht geschlossen lösbar. Ausgehend von einem Verformungszustand $\underline{u}$ wird

$$\underline{u} = -(\underline{K}(\underline{u}^0))^{-1} \underline{P} \quad (34)$$

oder allgemein

$$\underline{K}(\underline{u}^{n-1})\underline{u}^n + \underline{P} = \underline{R} \neq \underline{0} \quad (35)$$

Alle numerischen Verfahren laufen daraufhin- aus, die Ungleichgewichtskräfte oder Residual-

lasten $\underline{R}$ verschwinden zu lassen.

Mit der Tangentensteifigkeitsmatrix

$$\underline{K}_T = \frac{d\underline{F}}{d\underline{u}} \quad (36)$$

läßt sich der durch die Nichtlinearität bedingte Zuwachs der Verformungen

$$\Delta \underline{u}^n = \underline{u}^{n+1} - \underline{u}^n \quad (37)$$

ermitteln als

$$\Delta \underline{u}^n = -(\underline{K}_T^n)^{-1} (\underline{F}^n + \underline{P}) \quad (38)$$

Dieses "NEWTON-RAPHSON-Verfahren" konvergiert zwar für die hier untersuchten Probleme sehr schnell, aber es macht ein vollständiges Lösen des Gleichungssystems für jeden Iterationsschritt nötig. Der als "Modifiziertes-NEWTON-RAPHSON-Verfahren" bekannte Lösungsweg umgeht diese für große Systeme zu aufwendige Formulierung, indem das Gleichungssystem nur für die tangentielle Anfangssteifigkeit einmal gelöst wird, also

$$\Delta \underline{u}^n = -(\underline{K}_T^0)^{-1} (\underline{F}^n + \underline{P}) \quad (39)$$

Abbildung 5 zeigt das NEWTON-RAPHSON-Verfahren in seiner ursprünglichen und seiner modifizierten Form für ein nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit kommt innerhalb der einzelnen

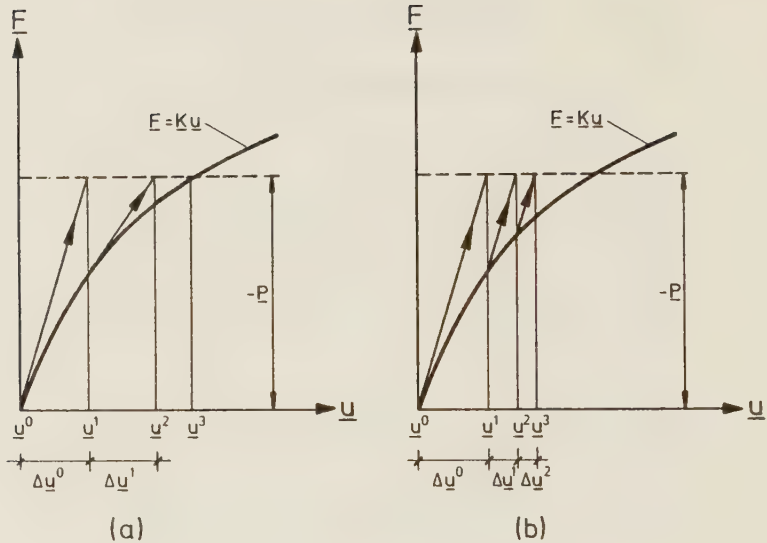


Abbildung 5: NEWTON-RAPHSON-Verfahren (a)
und seine modifizierte Form (b)

Lastinkremente das modifizierte Verfahren zur Anwendung, wobei die Steifigkeitsmatrix nach jeder Lasterhöhung neu gebildet wird (vgl. Abschnitt 3.4).

Im Gegensatz zu einer Berechnung von Systemen mit linearem Tragverhalten ist es bei großen Verformungen wichtig, Spannungen und Verzerrungen einem eindeutigen Bezugssystem zuzuordnen. Die in der Regel verwendeten mathematisch gleichwertigen Formulierungen werden mit "Total-Lagrange" (T.L.) und "Updated-Lagrange" (U.L.) bezeichnet. Bei der T.L.-Formulierung

werden die Dehnungen und Spannungen auf das unverformte System (Index 0) bezogen, bei der U.L. auf den aktuellen, verformten Zustand (Index 1). Die entsprechenden globalen Koordinaten lauten $\mathbf{x}_i^0$ und $\mathbf{x}_i^1$, die lokalen Basen $\hat{\mathbf{x}}_i^0, \hat{\mathbf{x}}_i^1$

Der auf den verformten Zustand bezogene Cauchy-Spannungstensor $\boldsymbol{\tau}_{mj}$ kann in den 1. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor $\mathbf{T}_{ij}$ in tensorieller Schreibweise durch die Beziehung

$$\mathbf{T}_{ij} = \frac{1}{\det \left(\frac{\partial \mathbf{x}_i^0}{\partial \mathbf{x}_i^1} \right)} \frac{\partial \mathbf{x}_i^0}{\partial \mathbf{x}_m^1} \boldsymbol{\tau}_{mj} \quad (40)$$

umgewandelt werden. Er ist unsymmetrisch, da seine Komponenten zwar auf den unverformten Zustand bezogen sind, aber in Richtung der verformten Koordinaten wirken. Um ihn einem in dem unverformten System wirkenden Verzerungstensor $\mathbf{E}_{ij}$ zuzuordnen, wird die Definition eines anderen, wiederum symmetrischen, Spannungstensors erforderlich. Die Komponenten dieses 2. Piola-Kirchhoff-Spannungstensors ergeben sich zu

$$\mathbf{S}_{ij} = \frac{1}{\det \left(\frac{\partial \mathbf{x}_i^0}{\partial \mathbf{x}_i^1} \right)} \frac{\partial \mathbf{x}_i^0}{\partial \mathbf{x}_m^1} \frac{\partial \mathbf{x}_j^0}{\partial \mathbf{x}_n^1} \boldsymbol{\tau}_{mn} \quad (41)$$

Mit diesen Beziehungen ist es möglich, die Gleichungen für das Prinzip der virtuellen Arbeit sowohl in der T.L.-, als auch in der U.L.-Formulierung anzugeben.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist es an dieser Stelle möglich, einige Vereinfachungen festzulegen. Tragwerke aus Stahlbeton können zwar große Verformungen aufweisen, die Dehnungen bleiben jedoch, bedingt durch materialabhängige Grenzwerte, klein. Wie in / 44 / ausführlich erläutert wird, bleiben unter dieser Voraussetzung die lokalen Achsen auch im verformten System orthogonal. Sie werden lediglich als verdreht gegenüber dem unverformten System angesehen, also

$$\frac{\partial x_i^0}{\partial x_j^1} = \frac{\partial \hat{x}_i^0}{\partial \hat{x}_j^1} = R_{ij} = R_{ji} \quad (42)$$

Damit verschwindet in (41) der Anteil aus der Jacobi-Matrix, und der 2. Piola-Kirchhoff-Tensor wird zu

$$S_{ij} = R_{mi} R_{nj} \tau_{mn} \quad (43)$$

Das heißt, daß die Komponenten τ_{mn} die gleichen Werte bezogen auf den verformten Zustand einnehmen, wie die Werte von S_{ij} auf den unverformten Zustand.

Der Vorteil dieser für Stahlbetontragwerke realistischen Annahme liegt darin, daß die Cauchy-Spannungen und die dazugehörigen Dehnungen inkrementweise ohne geometrische Transformationen addiert werden können / 44 /. Voraussetzung dafür ist, daß die inkrementell ermittelten Werte auf den aktuellen, verformten Zustand bezogen werden. Dies macht eine

U.L.-Formulierung erforderlich. Ähnliche Annahmen bezüglich der Verzerrungs-Verschiebungs-Beziehungen werden in / 22 / getroffen. Sie gelten unter der Voraussetzung kleiner Dehnungen auch bei nichtlinearem Materialverhalten / 22,45 /.

3.2 Physikalische Nichtlinearität und Materialgesetze

Wie bereits in Abschnitt 1 erwähnt, weist der Baustoff Beton bei mehraxialer Beanspruchung ein anderes Verhalten auf, als bei einachsiger Belastung. Um dieses Materialverhalten bis zum Bruch zu erfassen, wird es erforderlich, neben der Formulierung einer lastabhängigen Spannungs-Verzerrungs-Beziehung, ein geeignetes Versagenskriterium zu finden. Dies kann etwa durch Festlegung von materialabhängigen Grenzwerten für Spannungen und Dehnungen geschehen, wobei gute Ergebnisse für sprödes Bruchverhalten erzielt werden (vgl. Übersicht in / 13 /). Abbildung 6 zeigt exemplarisch die Festigkeit nach der Normalspannungshypothese für homogene Baustoffe und die Modifizierung für heterogenes Material nach ROS und EICHINGER / 13 /. Eine Formulierung über die Verformungsenergie kommt wegen des hierbei vorausgesetzten linear-elastischen Verhaltens nicht in Betracht. Ebenso erweisen sich die in der Literatur / z.B. 46 / entwickelten mehrdimensionalen Bruchfunktionen als nur bedingt geeignet, das

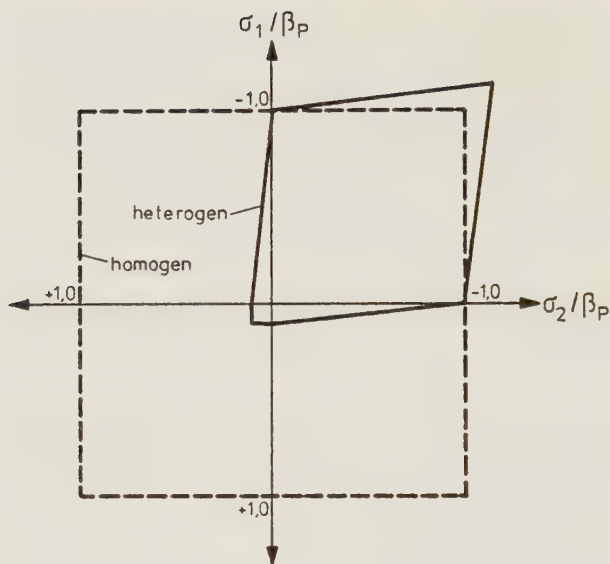


Abbildung 6: Spannungsabhängige Festigkeit
für homogene und heterogene
Baustoffe

tatsächliche physikalische Bruchverhalten wiederzugeben. Im Rahmen der Bruchmechanik führten Energiebetrachtungen bei Rißausbreitung zu einer Anwendung der Bruchhypothese von GRIFFITH / 47 /, die im Laufe der Zeit durch Modifikationen dem aus Versuchen bekannten Betonverhalten angepaßt wurde. Sie stellt eine brauchbare Grundlage für eine Formulierung zweiaxialen Bruchverhaltens von Beton in der Lastebene dar (Druck-Zug- und Zug-Zug-Bereich) / 13 /. Zusammenfassend kann gesagt werden, daß das Bruchverhalten

von Beton bis heute nicht völlig geklärt ist. Es bietet sich jedoch die Möglichkeit an, Versuchsergebnisse ohne Interpretation zu beschreiben.

Ausgehend von diesen theoretischen Überlegungen und von früheren Untersuchungen bei mehrachsiger Beanspruchung wurde in / 13 / das Betonverhalten bis zum Bruch untersucht. In Abschnitt 1 wurde bereits darauf hingewiesen, daß hierbei großer Wert darauf gelegt wurde, verfälschende Reibungseinflüsse im Lasteinleitungsbereich zu vermeiden, da von ihnen die Größe der Festigkeit im Druck-Druck-Bereich zu einem nicht unerheblichen Teil abhängt. Abbildung 7 zeigt die aus den Versuchen abgeleitete Parameterdarstellung des bezogenen Elastizitätsmoduls in Abhängigkeit von den Hauptspannungen. Hierin ist das gesamte Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Betons bis zum Bruch enthalten, ohne daß eine Bereichsabgrenzung vorgenommen werden muß. Ein Nachteil dieser phänomenologischen Betrachtungsweise liegt darin, daß eine mechanische Deutung nicht mehr möglich ist, und daß keinerlei Aussage über das Werkstoffverhalten nach Überschreiten der Bruchgrenze gemacht werden kann. Der Elastizitätsmodul nimmt bei wachsenden Spannungen ab. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist jedoch nicht nur nicht-linear, sie ändert sich auch je nach Größe des Hauptspannungsverhältnisses. Im Druck-Druck-Bereich führt dies zu einer Steigerung

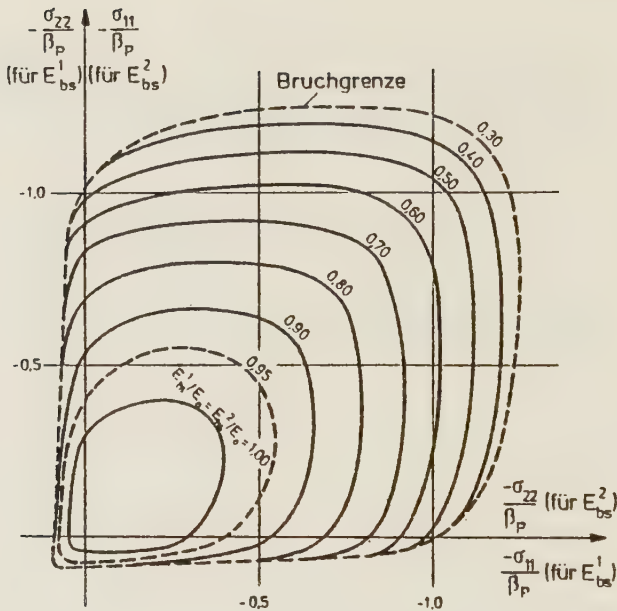


Abbildung 7: Bezogene Sekantenmoduli E_{bs}
für Beton unter zweiachsialer
Beanspruchung

der Betonfestigkeit um maximal 27 %. Im Zug-Zug-Bereich ergibt sich ein näherungsweise lineares Verhalten. Für die im Rahmen dieser Arbeit gewählten Rechenwerte der Materialgrößen (vgl. Abschnitt 4.1) beträgt die Zugfestigkeit des Betons etwa 10 % der Prismendruckfestigkeit bei einer Grenzdehnung von etwa 0,01 %. Dieses Verhalten zugbeanspruchten Betons lässt sich auch für geringe Druckspannungen im Druck-Zug-Bereich ansetzen,

jedoch nimmt die Zugfestigkeit bei Anwachsen der Druckspannungen in der anderen Hauptrichtung etwa linear ab.

Die Materialgrößen für zugbeanspruchten Beton unterliegen einer starken Streuung. Aus diesem Grund wird ein Mitwirken des Betons auf Zug in der Regel für eine Bemessung nicht angesetzt. Andererseits führt ein Vernachlässigen der Zugfestigkeit bei einigen Problemen zu fehlerhaften Ergebnissen. Das im Rahmen dieser Arbeit angenommene Verhalten zugbeanspruchten Betons stellt also nur eine Möglichkeit dar, mit der der heutige Stand der Kenntnisse auf diesem Gebiet berücksichtigt wird.

Für den Werkstoff Stahl lassen sich die aus Versuchen gewonnenen Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen und das Bruchverhalten näherungsweise durch eine bilineare Darstellung wiedergeben. Abbildung 8 zeigt das gewählte Materialgesetz für den Stahl, das aus / 48 / übernommen wird.

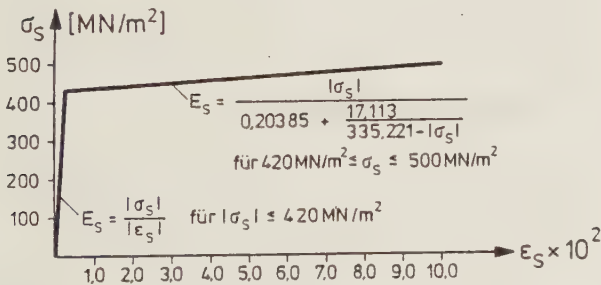


Abbildung 8: Materialgesetz für Bewehrungsstahl

Bei einem Zusammenwirken der hier einzeln beschriebenen Komponenten des Werkstoffs Stahlbeton wird für die weitere Berechnung die Annahme einer idealen Verbundwirkung zwischen Beton und Stahl getroffen. Experimentelle und theoretische Untersuchungen, die eine Formulierung von Verbundgesetzen erlauben, die auch für die Berechnung großer Systeme geeignet sind, fehlen derzeit noch.

3.3 Geometrische Nichtlinearität

Die auf den aktuellen, verformten Zustand (Index ') bezogenen inkrementellen Komponenten des Verzerrungstensors lauten

$$\tilde{\epsilon}'_{kl} = \epsilon'_{kl} + \eta'_{kl} = \frac{\partial u'_k}{\partial x'_l} + \frac{1}{2} \frac{\partial u'_l}{\partial x'_k} \frac{\partial u'_l}{\partial x'_l} \quad (44)$$

Unter Verwendung der Matrizen Schreibweise wird daraus

$$\tilde{\underline{\epsilon}}' = \underline{\epsilon}' + \underline{\eta}' \quad (45)$$

wobei $\underline{\epsilon}'$ die linearen Anteile bildet und $\underline{\eta}'$ der Vektor der quadratischen Terme ist. Analog dazu besteht die Steifigkeitsmatrix aus einem elastischen und einem geometrischen Anteil

$$\underline{K} = \underline{K}_E + \underline{K}_G \quad (46)$$

Analog zu (8) bis (11) wird

$$\int_V \underline{\sigma}^I \underline{\epsilon}^I dV \quad (47)$$

zu

$$\underline{K}_E^I = \int_V \underline{B}^T \underline{\epsilon}^I \underline{B}^I dV \quad (48)$$

wobei $\underline{\sigma}^I$ der Vektor der aktuellen Cauchy-Spannungen ist. In gleicher Weise wird

$$\int_V \underline{\sigma}^I \underline{\eta}^I dV \quad (49)$$

zu

$$\underline{K}_G^I = \int_V \underline{G}^T \underline{M}^I \underline{G}^I dV \quad (50)$$

Dabei ist $\underline{G}^I$ die Matrix für die aktuellen Verzerrungs-Ansatzfunktionen für die quadratischen Terme / 26 /. Eine ausführliche Darstellung und Herleitung der einzelnen Matrizen befindet sich in / 44 /. Die Matrix $\underline{M}^I$ enthält die aufsummierten aktuellen Spannungen. Weitere Transformationsmatrizen entfallen, da alle Größen auf den verformten Zustand bezogen sind.

3.4 Erweiterung des linearen Rechenprogramms

Die wichtigsten Bausteine eines Programms für die Behandlung linearer Probleme werden auch für nichtlineare Berechnungen benötigt. Der Vorteil geeigneter iterativer numerischer

Verfahren zur Berücksichtigung geometrischer und physikalischer Nichtlinearität besteht darin, daß vorhandene Programmteile bis zum Erreichen einer vorgegebenen Genauigkeit mehrfach durchlaufen werden. Bei den untersuchten Problemen kann Konvergenz der Ergebnisse vorausgesetzt werden. Konvergieren die Lösungen nicht mehr, so ist die Bildung eines Gleichgewichtszustandes nicht möglich, und die Berechnung kann abgebrochen werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die Belastung stufenweise aufgebracht. In der Regel wird sie in zehn Inkremente unterteilt. Eine Erhöhung findet erst statt, wenn sich das System innerhalb einer Laststufe im Gleichgewicht befindet.

Zu Beginn jedes Inkrements werden die entsprechenden Lastvektoren elementweise neu gebildet. Aus den Verzerrungs-Ansatzfunktionen ergeben sich gemäß (11) bzw. (48) und (50) die elastische und geometrische Elementsteifigkeitsmatrix, wobei für das erste Inkrement nur die elastischen Anteile ermittelt werden. Wegen der U.L.-Formulierung (vgl. Abschnitt 3.1) wird jeweils auf den Tragwerkszustand des vorausgegangenen Inkrements Bezug genommen. Innerhalb eines Lastinkrements wird bei den hier angewendeten modifizierten NEWTON-RAPHSON-Verfahren die Steifigkeitsmatrix konstant gehalten (vgl. Abschnitt 3.1). Der Gleichungslöser / 30 / liefert die Knotenparameter $\underline{u}$, die durch Multiplikation

mit der Matrix der Verzerrungs-Ansatzfunktionen $\underline{\underline{B}}$ zu den Dehnungen an den Integrationspunkten werden. Analog zu (18) läßt sich zu jeder Schicht eines Integrationspunktes ein ebener Spannungszustand berechnen. Mit den dazugehörigen Hauptspannungen werden mit den in / 13 / und / 16 / geschilderten iterativen Verfahren und mit Hilfe der ebenfalls in / 16 / aufgelisteten Unterprogramme die zu diesem Hauptspannungszustand gehörenden Materialkennwerte für Beton und Stahl ermittelt. Bei Überschreiten der definierten Bruchgrenzen wird der Elastizitätsmodul der entsprechenden Schicht zu Null gesetzt. Durch Anwendung von Transformationsmatrizen, wie sie in / 16 / und / 53 / explizit dargestellt werden, werden wiederum schichtweise neue Elastizitätsmatrizen aufgestellt, die auf die Richtung der lokalen Koordinaten an den Integrationspunkten bezogen sind, und die für das folgende Lastinkrement gemäß (21) zur Ermittlung der Steifigkeitsmatrizen herangezogen werden.

Nach Abschluß der Materialiteration werden die Spannungen, die sich mit den neuen Materialkennwerten ergeben, mit denjenigen verglichen, die sich bei Verwendung der Elastizitätsmoduli ergeben würden, die der aktuellen Steifigkeitsmatrix zugrunde liegen. Die von der entsprechenden Schicht nicht mehr aufnehmbaren Spannungsdifferenzen werden analog zu (27) über alle Schichten und Gaußpunkte aufsummiert. Der durch diese Integration

gebildete Vektor enthält die Ungleichgewichts- oder Residuallasten aus (35). Es handelt sich um Kräfte, die von dem betrachteten System aufgrund des Steifigkeitsabfalls innerhalb eines Inkrements nicht aufgenommen werden können. Mit ihnen muß das Tragwerk zusätzlich belastet werden, wobei die daraus resultierenden Verformungen zu den ursprünglichen addiert werden. Das Rechenprogramm wird also nochmals durchlaufen, ohne daß eine Steifigkeitsmatrix aufgestellt werden muß. Sind die Residuallasten hinreichend klein, ist das System im Gleichgewicht und die Last kann inkrementell erhöht werden.

Ein wichtiges Kriterium für die Genauigkeit der Ergebnisse sind die vorzugebenden Fehlerschranken und die in das Programm implementierten Abfragen. Grundsätzlich wird die Berechnung abgebrochen, wenn die Hauptdiagonale einer Elementsteifigkeitsmatrix mit einer Null oder einem negativen Wert belegt ist, das heißt, die Matrix muß positiv definit sein. Ein Abbruch der Berechnung erfolgt ebenfalls, wenn bei der Auflösung des Gleichungssystems ein Pivot-Element zu Null wird.

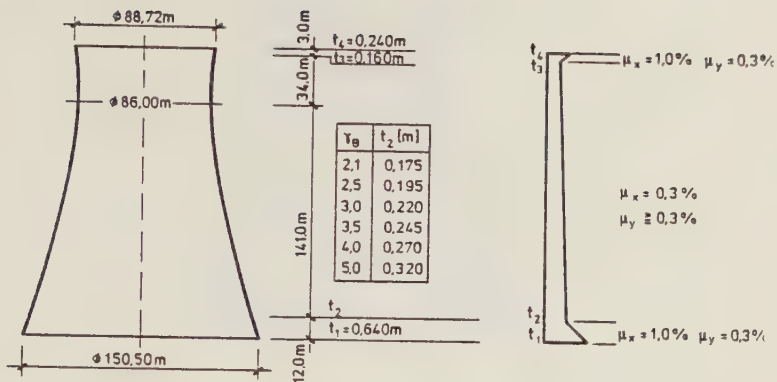
Während der schichtweisen Materialiteration für den Beton wird jeweils die Summe aus den Spannungsänderungen zwischen zwei Iterationsschritten, bezogen auf die einaxiale Druckfestigkeit, und aus der Änderung der Hauptspannungsrichtung, bezogen auf $\pi/4$, vergli-

chen. Wie in / 16 / empfohlen, wird die Berechnung bei einer Summenabweichung von weniger als 3.5 % oder spätestens nach 20 Iterationen beendet. Auf der Ebene der Lastiterationen ist die gewünschte Genauigkeit erreicht, wenn die Dehnungsenergie infolge der Residuallasten kleiner wird als 5 % der Dehnungsenergie, die sich infolge der inkrementellen Last ergibt.

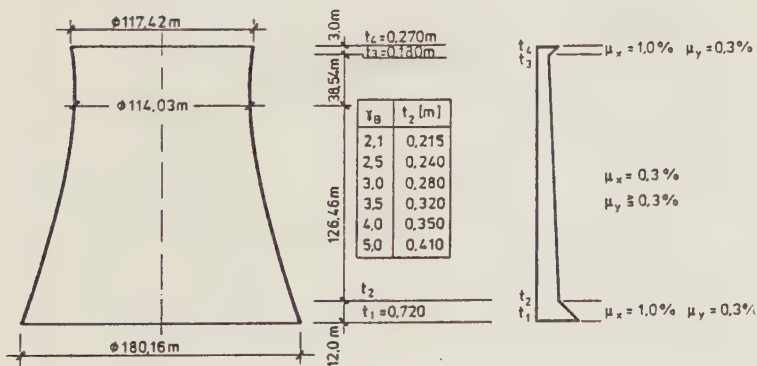
4. Anwendungen

4.1 Traglastermittlung und Tragverhalten in Abhängigkeit von der Beulsicherheit

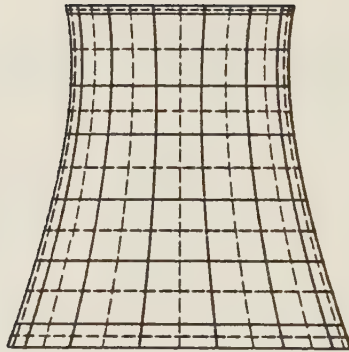
Im Rahmen dieser Arbeit werden zwei Geometrien mit jeweils sechs verschiedenen Wandstärken betrachtet. Geometrie I ist von den Abmessungen her weitgehend identisch mit der untersuchten Schale aus / 18 /. Bei Geometrie II handelt es sich um eine gedrungene Schalenform mit einem oberhalb der Taille nur noch geringfügig wachsenden Radius. Die Dickenverteilungen ergeben sich aus der Vorbemessung nach dem gewählten Stabilitätskriterium (vgl. Abschnitt 2.4). Dabei wird für alle Beispiele unterhalb des oberen Randgliedes eine Mindestdicke von 0.16 m eingehalten. Obere und untere Aussteifungsringe werden in Form einer Aufdickung der Schale berücksichtigt und generell mit einem Bewehrungsgrad von $\mu_x = 1.0 \%$ in Umfangsrichtung versehen, um auch bei starker Beanspruchung eine realistische Steifigkeitsverteilung zu gewährleisten. Die Abbildungen 9 und 10 geben einen Überblick über die untersuchten Schalen. Abbildung 11 zeigt das verwendete statische System am Beispiel der Geometrie II.



Abbildungung 9: Geometrie I



Abbildungung 10: Geometrie II



W=Windrichtung



Abbildung 11: Elementeinteilung und
statisches System

Folgende Größen werden bei der Berechnung zugrunde gelegt:

E-Modul, Beton	E_B	$= 3.30 \times 10^7 \text{ KN/m}^2$
E-Modul, Stahl	E_S	$= 2.10 \times 10^8 \text{ KN/m}^2$
Querkontraktion	ν	$= 0.20$
Prismendruckfestigkeit, Beton	β_P	$= 3.25 \times 10^4 \text{ KN/m}^2$
Zugfestigkeit, Beton	β_{BZ}	$= 3.30 \times 10^3 \text{ KN/m}^2$
Streckgrenze, Stahl	β_S	$= 4.20 \times 10^5 \text{ KN/m}^2$
Wichte	g	$= 25.0 \text{ KN/m}^3$
Betonüberdeckung	$\ddot{U}$	$= 0.03 \text{ m}$
Anzahl der Schichten	n	$= 11$

Eine fehlende Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit würde zu fehlerhaften Ergebnissen führen (vgl. / 43 /).

Als Belastung infolge Wind wird eine nicht-rotationssymmetrische Verteilung der Form

$$w(z, \theta) = C_p(\theta) \times q_0(z) \quad (51)$$

mit

$$C(\theta) = a_0 + \sum_n a_n \cos(n \times \theta) \quad (52)$$

angenommen (Abbildung 12 und Tabelle 1).

n	a_n	n	a_n
0	-0.343713	8	0.034974
1	0.400263	9	-0.008519
2	0.511463	10	-0.026542
3	0.415019	11	0.000100
4	0.138878	12	0.016654
5	-0.069041	13	0.001171
6	-0.073098	14	-0.012251
7	-0.013602	15	-0.003194

Tabelle 1: FOURIER-Koeffizienten der
Wind-Umfangsverteilung

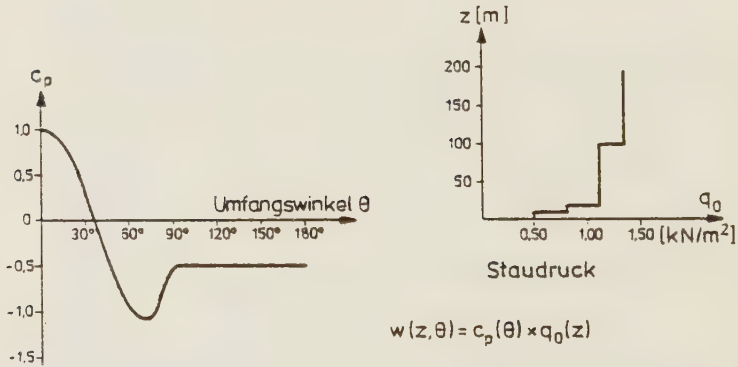
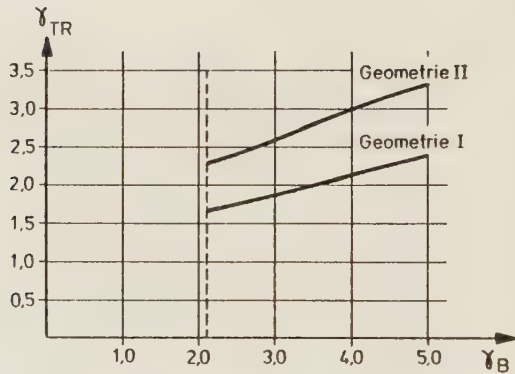


Abbildung 12: Gewählte Windlastverteilung

Bei der hier gewählten statischen Betrachtungsweise stellt diese Verteilung die Druckmittelergebnisse dar. Zur Berücksichtigung der Böenwirkungen kann ein dynamischer Erhöhungsfaktor benutzt werden, der die zusätzliche Bauwerksantwort auf die Böen abdeckt / 49,50,51 /. Die Wahl geeigneter Umfangsverteilungen wird in / 6,23,25 / näher erläutert und erfolgt in diesem Zusammenhang lediglich exemplarisch.

Es zeigt sich, daß bei linear ansteigender Beulsicherheit die Traglastfaktoren ebenfalls nahezu linear ansteigen (Abbildung 13 und Tabelle 2). Die Traglast für Kühlturmgeometrie II liegt aufgrund des größeren Eigengewichts so hoch, daß selbst bei einer -theoretischen- Beulsicherheit von $\gamma_B = 1.0 \gamma_{TR}$ größer als 1.75 wäre. Bei Geometrie I hingegen ist zur Aufnahme einer 1.75-fachen Windlast entsprechend den Forderungen aus / 23 / eine minimale Beulsicherheit von $\gamma_B = 2.5$ erforderlich. Auch bei denjenigen Lastfaktoren, bei denen erstmals die Schalenwand vollständig reißt, besteht eine fast lineare Abhängigkeit zur Größe der Beulsicherheit. Die Risse im Bereich des Staumeridians treten bei beiden Geometrien für $\gamma_B = 5.0$ in einer Höhe von 78 m - 94 m über Schalenunterkante auf, also im mittleren Drittel des Tragwerks, und liegen für $\gamma_B = 2.1$ bei etwa 70 m.

Die maßgeblichen Verformungen der Meridiankurven bei $\theta = 0^\circ$ in Abhängigkeit von der



		Geometrie I		Geometrie II	
		$\gamma_B = 2,1$	$\gamma_B = 5,0$	$\gamma_B = 2,1$	$\gamma_B = 5,0$
erster durchgehender Riß in der Schale für	$\gamma =$	1,640	2,380	2,260	3,320
Traglastfaktor	$\gamma_{TR} =$	1,665	2,392	2,274	3,330

Abbildung 13: Traglastfaktoren und Beulsicherheiten der untersuchten Schalen

γ_B	Geometrie I	Geometrie II
5.0	2.392	3.330
4.0	2.144	3.008
3.5	2.020	2.850
3.0	1.898	2.636
2.5	1.768	2.414
2.1	1.665	2.274

Tabelle 2: Traglastfaktoren γ_{TR}

Seulsicherheit zeigen die Abbildungen 14 bis 19 auf den Seiten 50 bis 55, eine Darstellung der radialen Schalenverformungen über den Umfang für eine bestimmte Höhe folgt in den Abbildungen 20 bis 25 auf den Seiten 56 bis 61. Die Abbildungen 26 und 27 auf Seite 62 und 63 zeigen das Verformungsverhalten eines bestimmten Punktes des Luvmeridians bei unterschiedlichen Wanddicken bzw. Lastfaktoren. Es schließt sich eine Darstellung der Meridiankräfte bei zunehmender Belastung an einem Integrationspunkt in unmittelbarer Nähe des Luvmeridians an (Abbildungen 28 und 29 auf den Seiten 64 und 65), sowie die Verteilung der Ringmomente über die Höhe für alle untersuchten Schalen (Abbildungen 30 bis 35 auf den Seiten 66 bis 71).

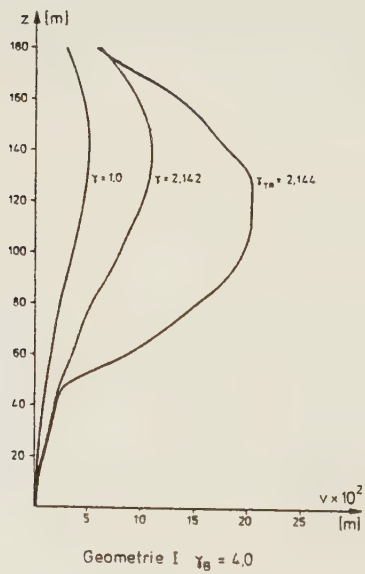
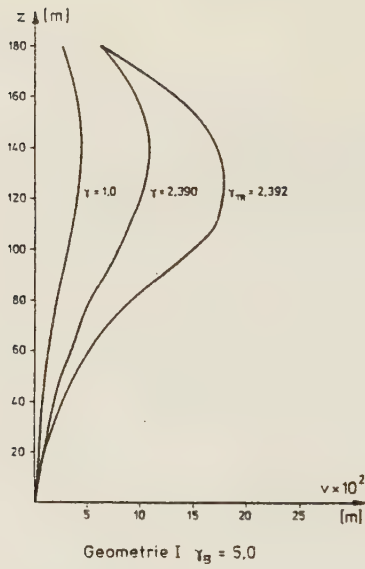


Abbildung 14: Radialverformung des Luvmeridians
(Geometrie I, $\gamma_B = 5.0/4.0$)

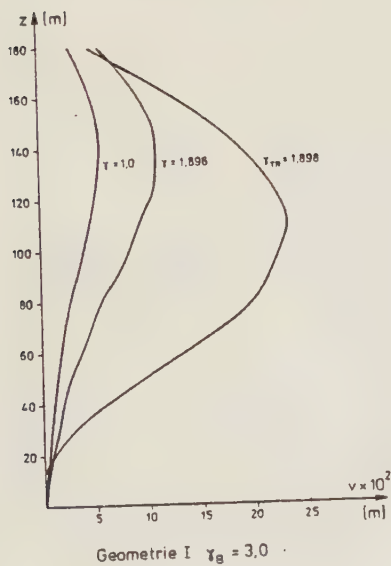
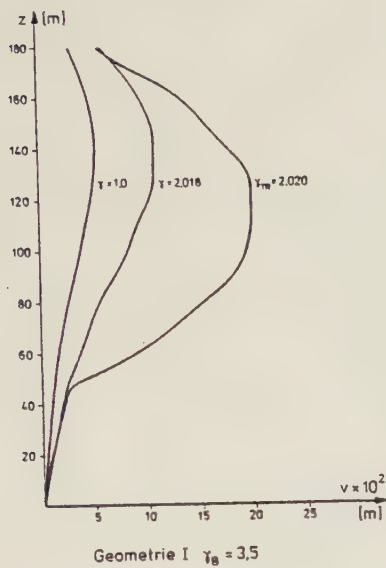


Abbildung 15: Radialverformung des Luvmeridians
(Geometrie I, $\gamma_B = 3.5/3.0$)

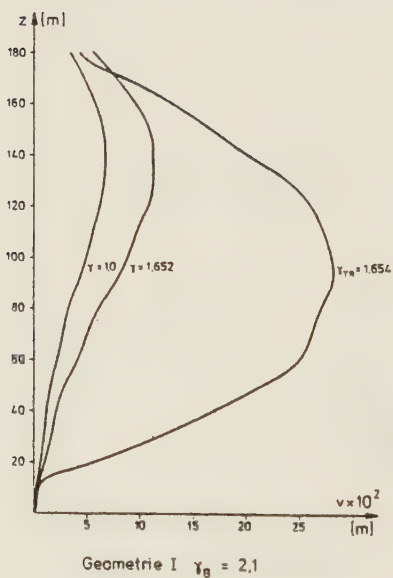
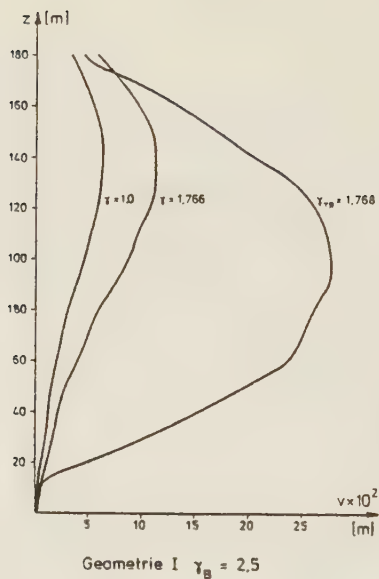


Abbildung 16: Radialverformung des Luvmeridians
(Geometrie I, $\gamma_B = 2.5/2.1$)

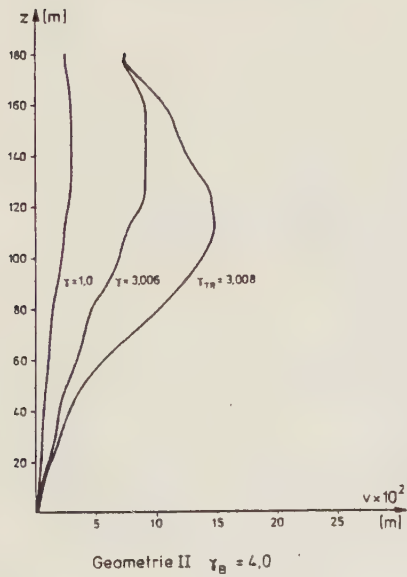
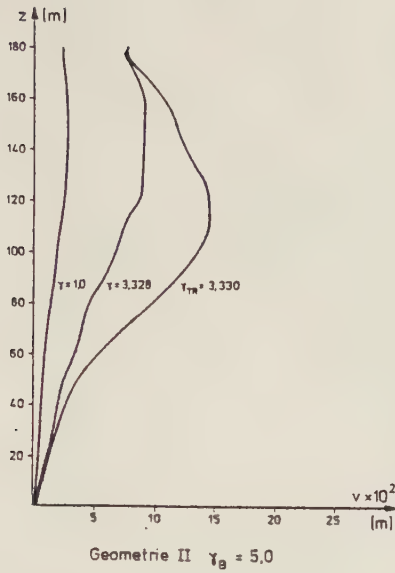


Abbildung 17: Radialverformung des Luvmeridians
(Geometrie II, $\gamma_B = 5.0/4.0$)

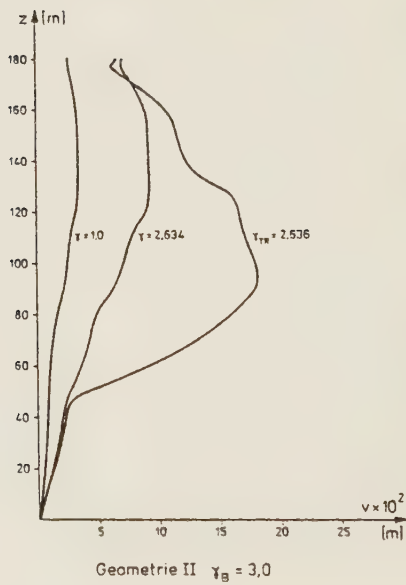
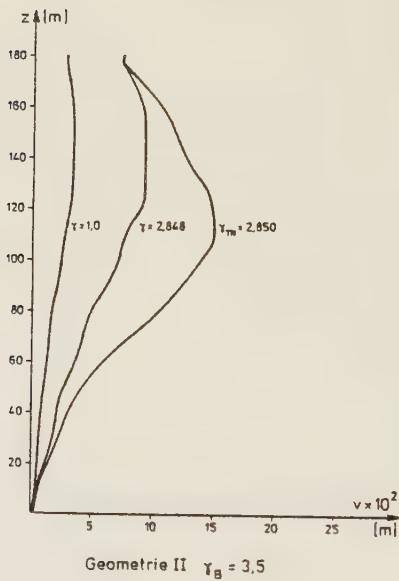


Abbildung 18: Radialverformung des Luvmeridians
(Geometrie II, $\gamma_B = 3.5/3.0$)

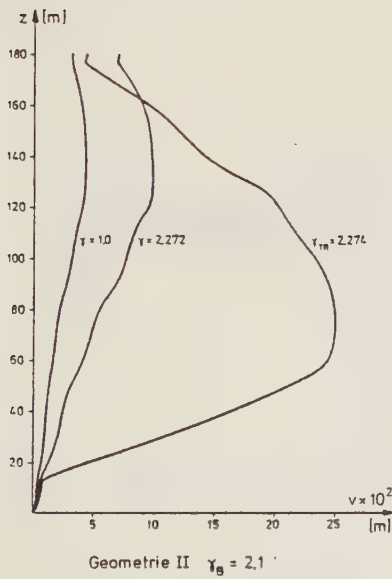


Abbildung 19: Radialverformung des Luvmeridians
(Geometrie II, $\gamma_B = 2.5/2.1$)

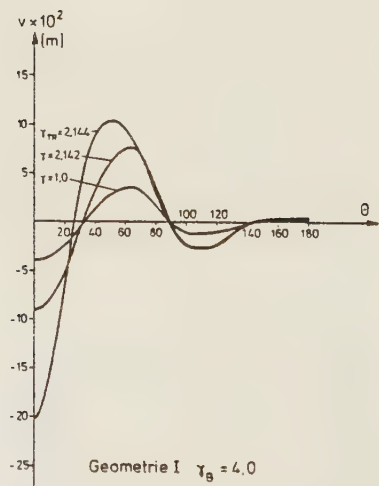
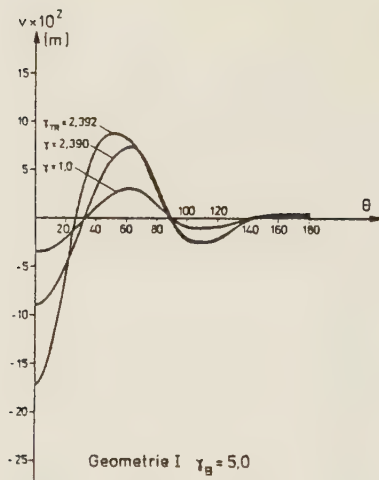


Abbildung 20: Radialverformung über den Umfang
bei $z = 111 \text{ m}$
(Geometrie I, $\gamma_B = 5.0/4.0$)

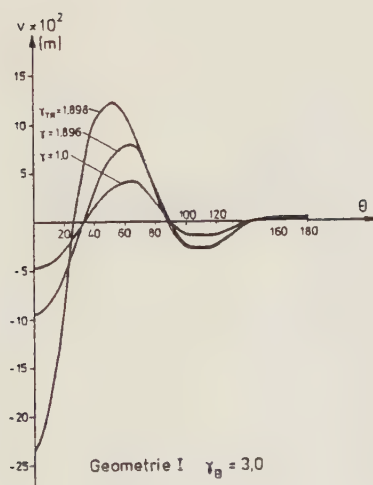
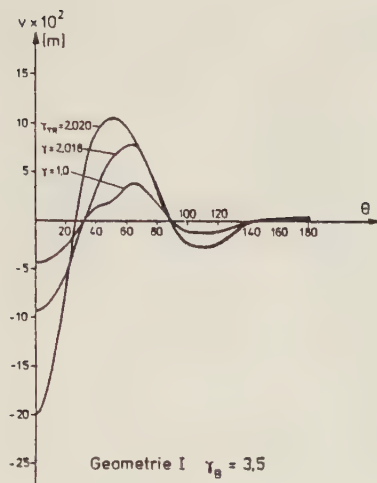


Abbildung 21: Radialverformung über den Umfang
bei $z = 111 \text{ m}$
(Geometrie I, $\gamma_B = 3.5/3.0$)

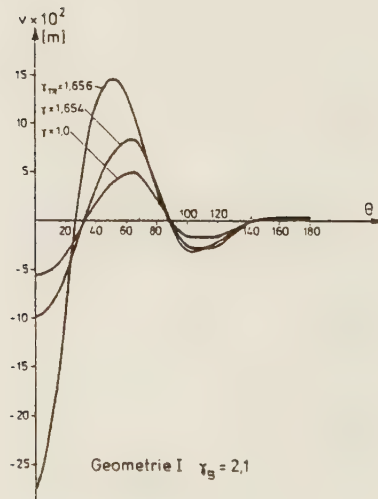
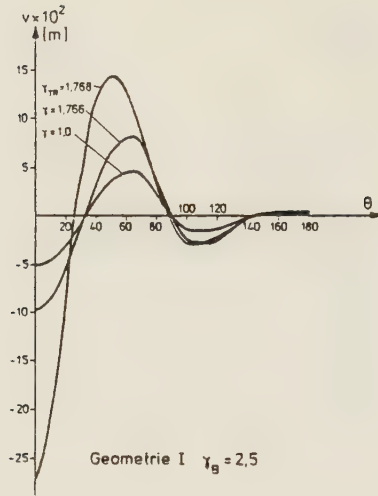


Abbildung 22: Radialverformung über den Umfang
bei $z = 111$ m
(Geometrie I, $\gamma_B = 2.5/2.1$)

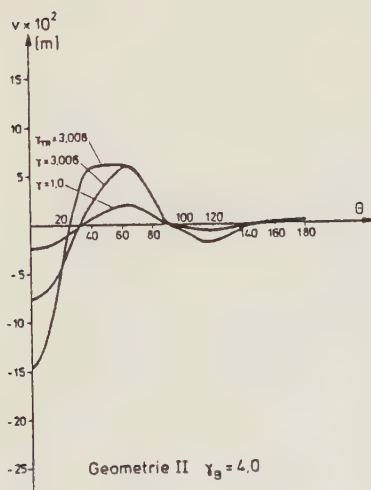
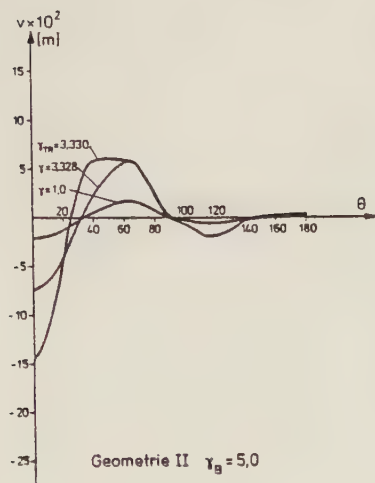


Abbildung 23: Radialverformung über den Umfang
bei $z = 111$ m
(Geometrie II, $\gamma_B = 5.0/4.0$)

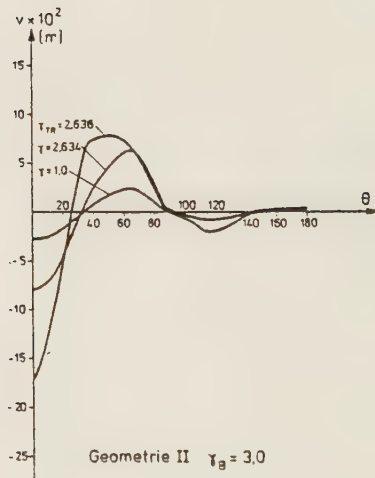
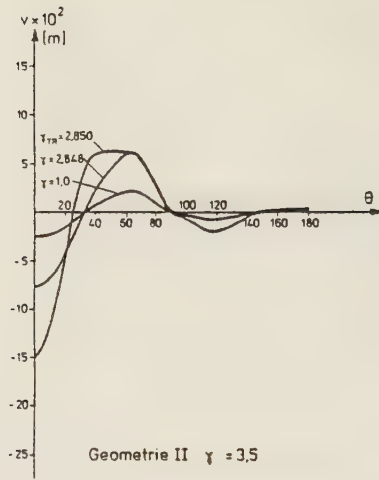


Abbildung 24: Radialverformung über den Umfang
bei $z = 111 \text{ m}$
(Geometrie II, $\gamma_B = 3.5/3.0$)

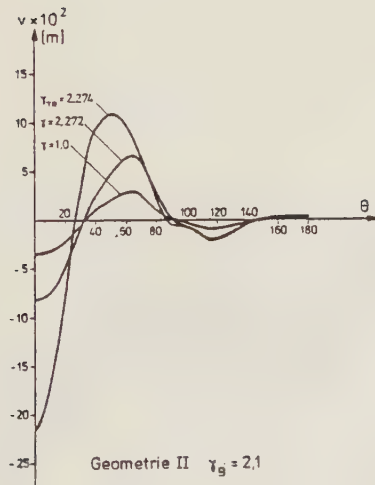
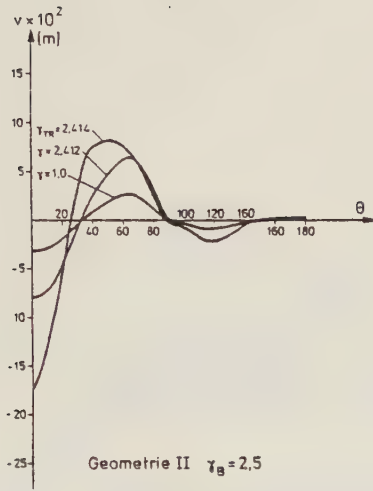


Abbildung 25: Radialverformung über den Umfang
bei $z = 111 \text{ m}$
(Geometrie II, $\gamma_B = 2.5/2.1$)

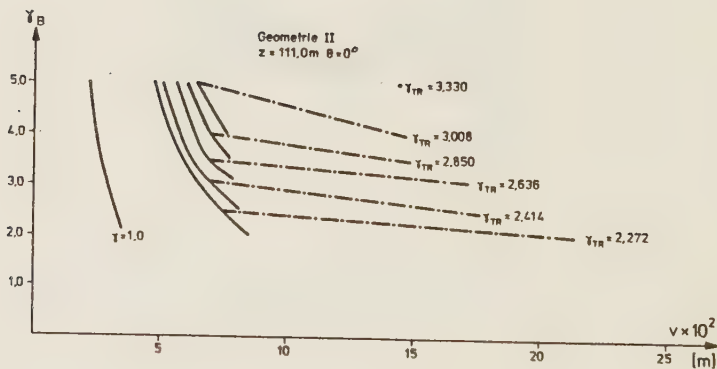
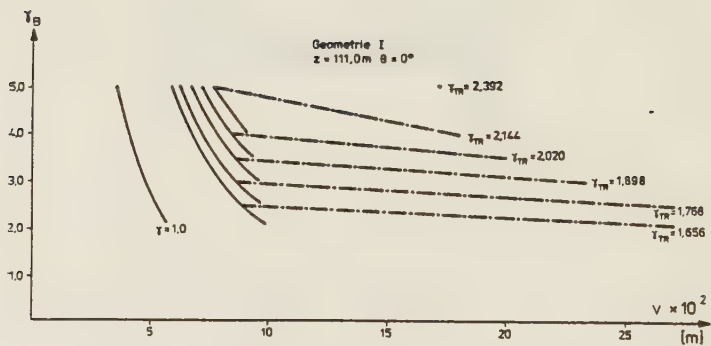


Abbildung 26: Verformungen bei unterschiedlichen Beulsicherheiten

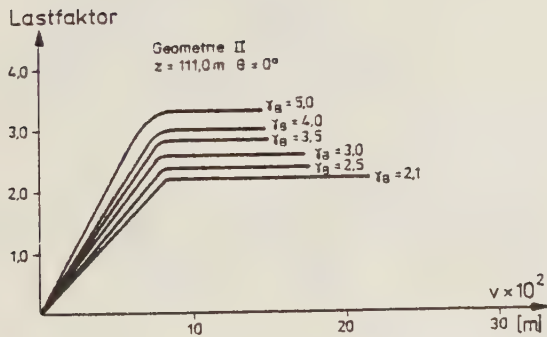
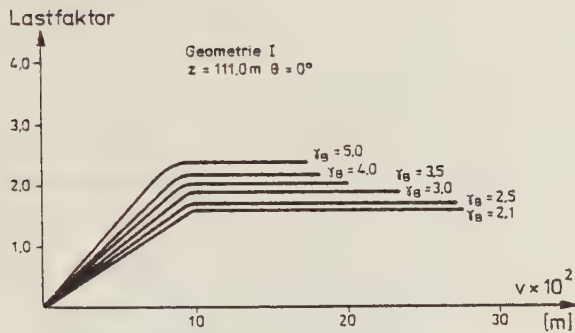


Abbildung 27: Verformungen bei unterschiedlichen Lastfaktoren

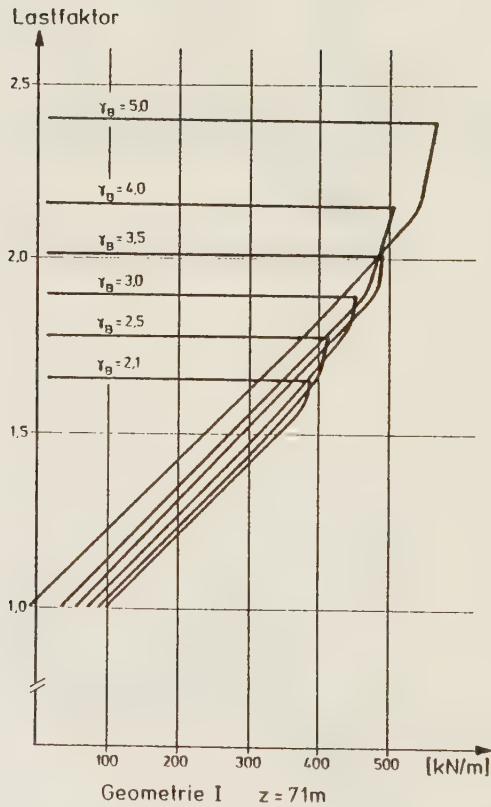


Abbildung 28: Normalkräfte in Richtung des Luvmeridians bei $z = 71\text{ m}$ (Geometrie I)

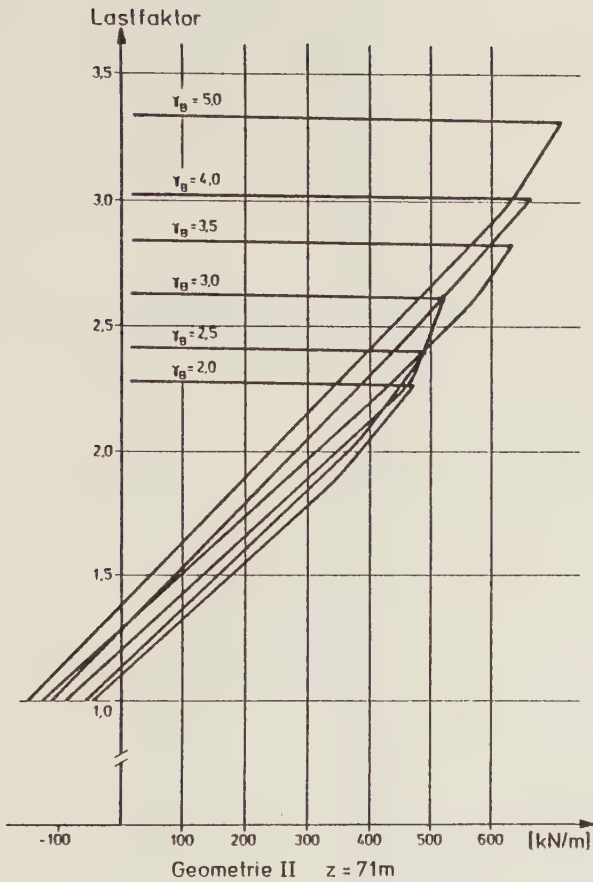
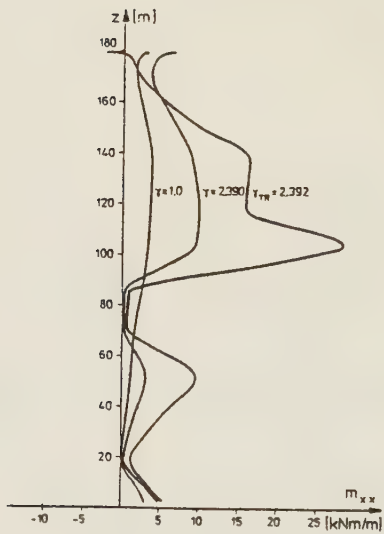
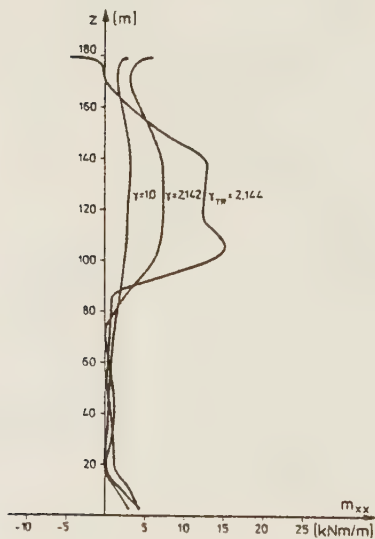


Abbildung 29: Normalkräfte in Richtung des Luvmeridians bei $z = 71 \text{ m}$ (Geometrie II)

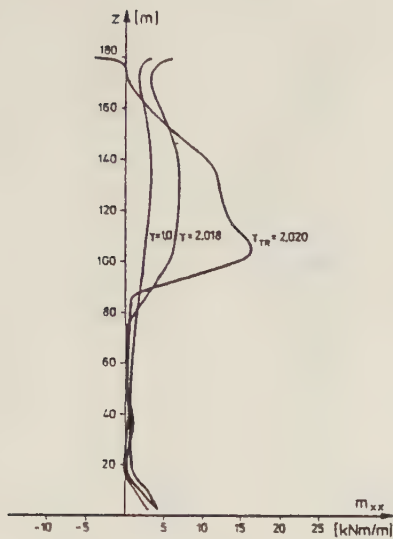


Geometrie I $\gamma_B = 5.0$

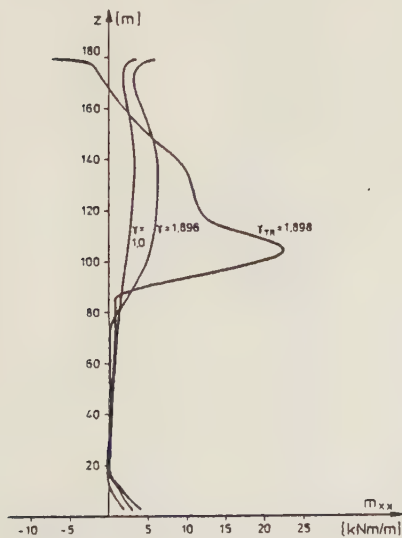


Geometrie I $\gamma_B = 4.0$

Abbildung 30: Ringmomente am Luvmeridian
(Geometrie I, $\gamma_B = 5.0/4.0$)

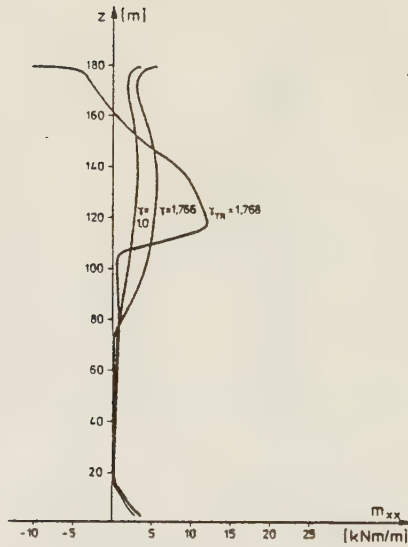


Geometrie I $\gamma_B = 3.5$

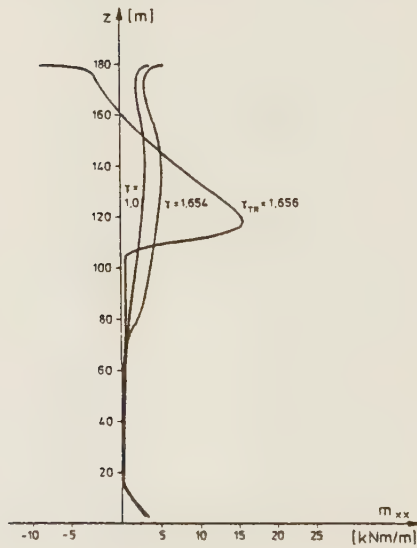


Geometrie I $\gamma_B = 3.0$

Abbildung 31: Ringmomente am Luvmeridian
(Geometrie I, $\gamma_B = 3.5/3.0$)

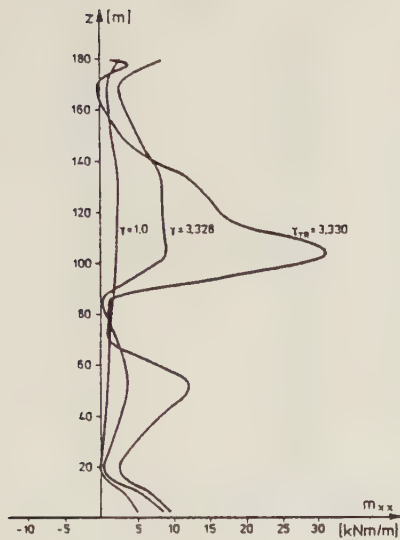


Geometrie I $\gamma_{\nu} = 2.5$

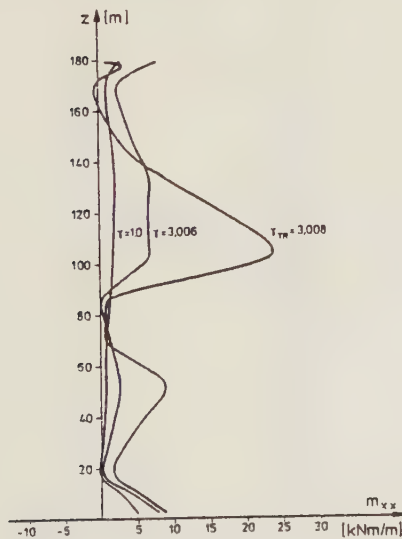


Geometrie I $\gamma_B = 2.1$

Abbildung 32: Ringmomente am Luvmeridian
(Geometrie I, $\gamma_B = 2.5/2.1$)

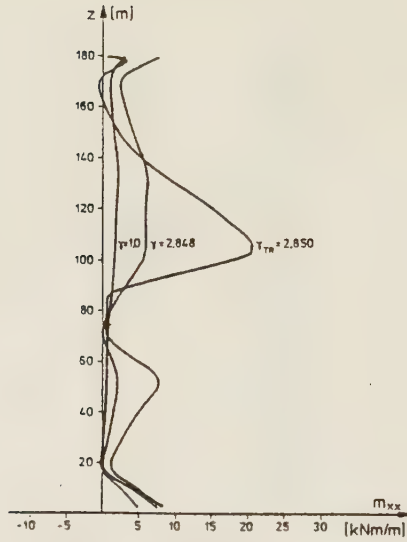


Geometrie II $\gamma_B = 5.0$

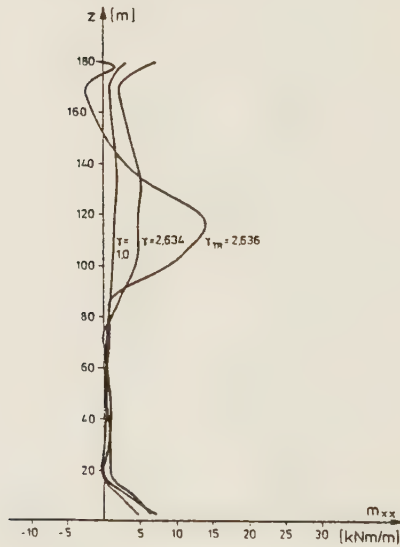


Geometrie II $\gamma_B = 4.0$

Abbildung 33: Ringmomente am Luvmeridian
(Geometrie II, $\gamma_B = 5.0/4.0$)



Geometrie II $\gamma_B = 3.5$



Geometrie II $\gamma_B = 3.0$

Abbildung 34: Ringmomente am Luvmeridian
(Geometrie II, $\gamma_B = 3.5/3.0$)

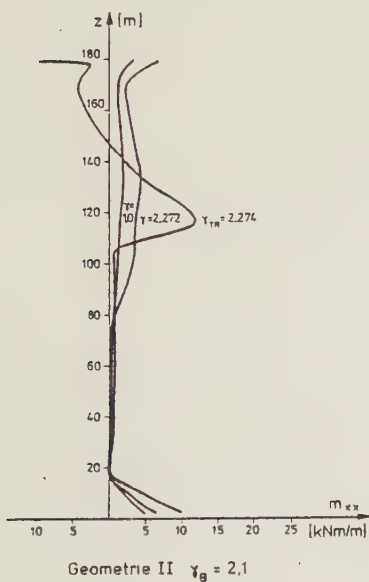
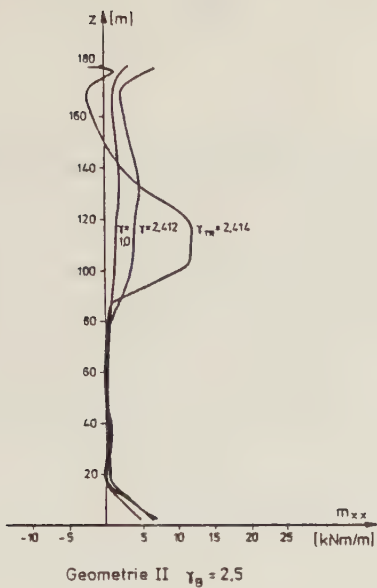


Abbildung 35: Ringmomente am Luvmeridian
(Geometrie II, $\gamma_B = 2.5/2.1$)

Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Das Trag- und Verformungsverhalten von Kühlturmschalen aus Stahlbeton ist bis unmittelbar vor Erreichen der Traglast nahezu linear. Erst dann ändert sich dieses Verhalten fast Übergangslos und das Versagen der Schale tritt schlagartig ein. Da das Wirksamwerden nichtlinearer Einflüsse mit dem Erreichen der Grenztragfähigkeit zusammenfällt, besteht zwischen der Sicherheit gegen Materialversagen und der nach dem verwendeten Stabilitätskriterium ermittelten Beulsicherheit ebenfalls ein linearer Zusammenhang. Lediglich das Verformungsverhalten von Schalenecken in Abhängigkeit von der gewählten Wanddicke zeigt geringe nichtlineare Einflüsse (Abbildung 26). Bei lastabhängiger Betrachtung bleibt das Verhalten im unterkritischen Bereich wiederum linear (Abbildung 27).

Die vom Tragwerk aufnehmbare Last überschreitet deutlich die zur Festlegung der Schalenebewehrung herangezogene 1.75-fache Windlast. Solange sich der Beton im Zustand I befindet, stellt seine bei der Bemessung unberücksichtigt bleibende Zugfestigkeit eine erhebliche Tragreserve dar. Die Grenzdehnung, bei der der Beton in den Zustand II übergeht, ist so klein, daß die Stahlspannungen bei ungerissenem Beton weit unterhalb der zulässigen

Spannungen liegen. Eine Ausnahme bildet lediglich diejenige Schale der Geometrie I, die die geringste Wandstärke ($\gamma_B = 2.1$) aufweist. Sie hat von allen untersuchten Beispielen die geringste Wanddicke und somit den niedrigsten Eigengewichtsanteil an der Gesamtbelastung. Die fehlende "Vorspannung" durch das Eigengewicht und die daraus resultierenden großen Verformungen führen zu einem Absinken der aufnehmbaren Windlast.

Das Versagen aller untersuchten Tragwerke beginnt mit einem Riß senkrecht zum Luv-meridian im mittleren Drittel der Schale. Wegen der vorherrschenden Membrantragwirkung mit ihrem über den Querschnitt nahezu konstanten Spannungsverlauf reißt der Beton gleichzeitig über die gesamte Wanddicke. Die bis zum Übergang in den Zustand II vom Beton aufgenommenen Zugkräfte müssen von der an dieser Stelle vorhandenen Stahleinlage zusätzlich aufgenommen werden. Dies ist wegen des niedrigen Bewehrungsgehaltes jedoch nicht mehr möglich, und die Schalenhaut reißt vollständig durch. Die positiven Meridiankräfte können nicht mehr aufgenommen werden (Abbildungen 28 und 29), und es bilden sich oberhalb des Risses ausgeprägte Biegemomente in Umfangsrichtung (Abbildungen 30 bis 35). Die Verformungen normal zur Oberfläche steigen sprunghaft an. Dieser Vorgang ist gleichbedeutend mit dem Versagen des Schalentragwerks. Bis zum Erreichen

der kritischen Last wird weder die Streckgrenze des Stahls noch die Bruchspannung des Betons an irgendeinem Punkt der Schale auch nur annähernd erreicht, wobei im Tragwerk vorwiegend ein Membranspannungszustand herrscht.

4.2 Näherungsweise Bestimmung des Traglastfaktors

Kühlturmschalen aus Stahlbeton weisen wegen ihres guten Tragverhaltens nur einen niedrigen Bewehrungsgrad auf, der in der Regel auch im Bereich der ungünstigsten anfallenden Bemessungsgrößen unter 1 ‰ liegt. Bei Verwendung der Rechenwerte für Materialgrößen aus Abschnitt 4.1 führt eine Berechnung der dort untersuchten Schalen mit verdoppelten Bewehrungsprozentsätzen zu einer Traglasterrhöhung von weniger als 1 ‰. Bei einer zehnfachen Bewehrungsmenge beträgt die aufnehmbare Laststeigerung lediglich etwa 7 ‰. Der Bewehrungsgrad hat demnach nur einen untergeordneten Einfluß auf die Höhe der Traglast, wenn man von einer wirtschaftlichen und sinnvollen Bewehrungsverteilung ausgeht.

Es zeigt sich jedoch, daß eine Änderung der Zugfestigkeit des Betons zu einer eindeutigen Veränderung des Traglastfaktors führt. Dazu wird ein Spannungszustand infolge Eigengewicht und 1.0-fachem Wind ermittelt, wobei wiederum die Materialwerte aus Abschnitt 4.1

zugrunde gelegt werden, und bei dem eine Windlasterhöhung um den Faktor γ_{TR}^0 zum Materialversagen führt. Das veränderte Tragverhalten im Zugbereich wird durch eine Variation der Grenzdehnung von $\epsilon_{BZ} = 0.5 \times 10^{-4}$ bis $\epsilon_{BZ} = 2.0 \times 10^{-4}$ und durch Verwendung unterschiedlicher Rechenwerte für den Elastizitätsmodul dargestellt (Abbildung 36). Das Tragvermögen hängt im wesentlichen von der angenommenen Grenzdehnung des zugbeanspruchten Betons ab, und, wenn auch nur in geringerem Umfang, vom Elastizitätsmodul. Auch hier sind die Zusammenhänge linear.

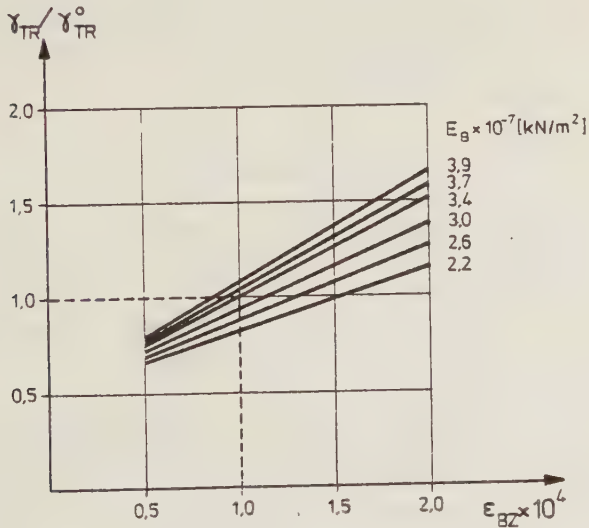


Abbildung 36: Traglast in Abhängigkeit von der Betonzugfestigkeit

Es ist daher möglich, das Erreichen der Traglast gleichzusetzen mit einer Überschreitung der Grenzdehnung des Betons im Zugbereich. Bei den untersuchten Schalen aus Abschnitt 4.1 beträgt die Grenzdehnung

$$\epsilon_{BZ} = 1,0 \times 10^{-4} \approx 0,1\text{‰}$$

Die realistische Annahme eines linearen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens des zugbeanspruchten Betons erlaubt die Festlegung einer kritischen Spannung

$$\sigma_{kr} = [E_B(1-\mu) + E_S\mu] \times \epsilon_{BZ} \quad (53)$$

Die für die Berechnung maßgeblichen Meridianspannungen σ_M für $\theta = 0^\circ$ infolge Eigengewicht und Wind lauten

$$\bar{\sigma}_M(g) = \sigma_M(g) - \nu \sigma_R(g) \quad (54)$$

$$\bar{\sigma}_M(w) = \sigma_M(w) - \nu \sigma_R(w) \quad (55)$$

Dabei ist σ_R die entsprechende Spannung in Ring- bzw. Umfangsrichtung.

Damit läßt sich der Traglastfaktor vereinfacht ermitteln als

$$\gamma_{TR} = K_M(\gamma_B) \times \left[\frac{\sigma_{kr} - \bar{\sigma}_M(g)}{\bar{\sigma}_M(w)} \right] \quad (56)$$

Der Korrekturfaktor k_m berücksichtigt hauptsächlich den Einfluß der Biegemomente und wird mit zunehmender Wanddicke kleiner. Für die untersuchten Schalen lautet der Faktor in Abhängigkeit von der Beulsicherheit

$$K_M = 0,843 + 0,018 \times (5,0 - \gamma_B) \quad (57)$$

Damit ergibt eine physikalisch und geometrisch lineare Berechnung der untersuchten Kühltürme aus Abschnitt 4.1 mit (54) und (55) die in Tabelle 3 aufgeführten Traglastfaktoren.

γ_B	Geometrie I	Geometrie II
5.0	2.336	3.236
4.0	2.126	2.977
3.5	2.033	2.850
3.0	1.896	2.597
2.5	1.760	2.373
2.1	1.620	2.229

Tabelle 3: Traglastfaktoren aus
Näherungslösung

Der Verlauf der Traglastfaktoren in Abhängigkeit von den Spannungsverhältnissen $\bar{\sigma}_M(w)/\sigma_{kr}$ und $-\bar{\sigma}_M(g)/\sigma_{kr}$ aus (54) wird in Abbildung 37 exemplarisch für eine Beulsicherheit $\gamma_B = 5,0$ dargestellt.

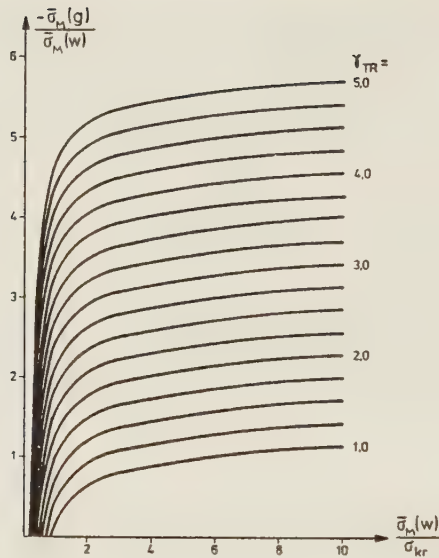


Abbildung 37: Diagramm zur Ermittlung des Traglastfaktors für $\gamma_B = 5.0$

4.3 Wertung der Ergebnisse für Schalen mit unterschiedlichen Beulsicherheiten

Bei Stabilitäts- und Materialversagen handelt es sich in beiden Fällen um Probleme, die nur von lokalen Spannungs- oder Dehnungszuständen abhängen. Aus diesem Grunde läßt sich zum Beispiel eine Beuluntersuchung windbeanspruchter Kühlturmschalen mit rotations-symmetrischen Ersatzlasten durchführen, wenn diese den für jede Höhe kritischen Spannungszustand erzeugen. Da die näherungsweise Er-

mittlung des Traglastfaktors mit (54) ebenfalls unabhängig von Art und Größe der äußeren Belastung ist, stellt diese keinen Verknüpfungspunkt der beiden gekoppelten Phänomene Materialversagen und Stabilität dar.

Die Wahl der eingelegten Bewehrungsmenge gestattet ebenfalls keine Formulierung der gegenseitigen Abhängigkeit dieser Phänomene, da ihr Einfluß auf die Höhe der Traglast unbedeutend ist und sie bei der Beulbemessung gar nicht berücksichtigt wird.

Im Gegensatz zu der im Bereich der ungünstigsten Druckspannungen ermittelten Beulsicherheit, die immer auch eine geometrieabhängige Größe ist, wird die Höhe des Traglastfaktors für die untersuchten Schalen primär durch das Verhalten des zugbeanspruchten Betons bestimmt. Maßgebend sowohl für die Beulsicherheit als auch gleichzeitig für die Traglast ist also nur die Schalendicke. Ihre Größe bestimmt nicht nur die vom Beton aufnehmbare Zugkraft, sondern sie hat auch maßgeblichen Einfluß auf das Stabilitätsverhalten. Hinzu kommt, daß eine Variation der Wandstärke den für beide Versagensarten entscheidenden Kräfteverlauf innerhalb der Schale verändert.

Zur Größe des Beulsicherheitsbeiwertes bedarf es noch einiger Anmerkungen. Eine einheitliche minimale Beulsicherheit für alle Schalentypen und Belastungsarten kann nicht festge-

legt werden, zumal noch eventuellen Einflüssen aus Formfehlern und Betonlangzeitverhalten Rechnung getragen werden muß. Ein genereller Beulsicherheitsbeiwert $\gamma_B = 5.0$ für Schalen ist jedoch zweifellos zu groß, wenn ihr Trag- und Verformungsverhalten bekannt und determiniert ist. Hinzu kommt, daß die theoretische Beullast wegen des im Normalfall vorzeitig auftretenden Materialversagens gar nicht erreicht werden kann. Die untere Grenze des Beullastfaktors darf nicht kleiner sein als die Sicherheit gegen Versagen des Querschnitts ohne Vorankündigung (vgl. Abschnitt 1). Wie in / 43 / erläutert wird, ist die Einführung dieses minimalen Sicherheitsbeiwertes gerechtfertigt, wenn die das Stabilitätskriterium betreffenden Größen mit derselben Zuverlässigkeit ermittelt werden können, wie die Spannungen, die der Beulbemessung zugrunde gelegt werden. In / 43 / wird weiterhin vorgeschlagen, ungünstige Einflüsse auf das Stabilitätsverhalten durch die Einführung von Teilsicherheitsbeiwerten zu erfassen, so daß sich bei den untersuchten Stahlbetonschalen für die einzuhaltenden Beulsicherheiten Mindestwerte von $\gamma_B = 2.1$ bis $\gamma_B = 2.8$ ergeben würden.

Zwei wichtige Voraussetzungen für die Reduzierung des Beulsicherheitsfaktors sind ein nur unwesentlich gestörter Membranspannungszustand und ein an keiner Stelle vollständig gerissener Querschnitt. Das heißt, dem Beton muß eine gewisse Zugfestigkeit für die Berechnung zu-

gewiesen werden. Berücksichtigt man weiterhin die Abhängigkeit der Traglastsicherheit vom Dehnungszustand des zugbeanspruchten Betons, so kann für vorgegebene kritische Lasten, wie etwa die erhöhte Windlast $\gamma \times w$ bei der Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten in / 23 /, ein Kriterium formuliert werden, das diesen Voraussetzungen gerecht wird und das gleichzeitig das im vorausgegangenen Abschnitt beschriebene Trag- und Verformungsverhalten berücksichtigt. Für einen Schalenquerschnitt, der diesem Kriterium genügt, kann dann mit Hilfe des Stabilitätskriteriums überprüft werden, ob die bei der vorhandenen Wanddicke ermittelte Beulsicherheit den vorgeschlagenen minimalen Beulsicherheitsbeiwert nicht unterschreitet.

Bei einer reduzierten Beulsicherheit $\gamma_B < 5.0$ muß zur Erfüllung der oben genannten Voraussetzungen beim Lastfall $g + \gamma \times w$ für den zugbeanspruchten Teil der Schale neben der Bedingung

$$[\gamma \times \sigma_M(w) + \sigma_M(g)] / \mu \times \beta_S \leq 1,0 \quad (58)$$

noch mit (56) und (57)

$$\left[\frac{\gamma}{K_M} \bar{\sigma}_M(w) + \bar{\sigma}_M(g) \right] / \sigma_{kr} \leq 1,0 \quad (59)$$

erfüllt sein. Weiterhin muß gewährleistet sein, daß die beim Erreichen der Grenzdehnung ϵ_{BZ} des Betons freiwerdenden Kräfte den Stahl nicht

Über seine Streckgrenze hinaus belasten, also

$$\bar{\mu} \times \beta_s = \sigma_{kr} = [E_B(1 - \bar{\mu}) + E_S \bar{\mu}] \times \epsilon_{BZ} \quad (60)$$

Dabei ist $\bar{\mu}$ der Bewehrungsgrad, der erforderlich ist, ein Durchreißen des gesamten Querschnitts zu verhindern. Er ergibt sich aus (60) zu

$$\bar{\mu} = E_B / (\beta_s / \epsilon_{BZ} E_S + E_B) \quad (61)$$

Der Wert $\bar{\mu}$ stellt eine obere Grenze des Bewehrungsgrades dar, da das Ausnutzen eines größeren Stahlquerschnitts bis zur Streckgrenze ein Aufreißen des Betons mit sich bringen würde. Für die bei den Untersuchungen zugrunde gelegten Rechenwerte ergibt sich zum Beispiel

$$\bar{\mu} = 0,845 \%$$

Der infolge des Lastfalls $g + \gamma \times w$ tatsächlich erforderliche Bewehrungsgrad lautet dann

$$\begin{aligned} \text{erf } \mu &= \bar{\mu} \times \left[\frac{\gamma}{K_M} \times \bar{\sigma}_M(w) + \bar{\sigma}_M(g) \right] / \sigma_{kr} \\ &= \left[\frac{\gamma}{K_M} \bar{\sigma}_M(w) + \bar{\sigma}_M(g) \right] / \beta_s \end{aligned} \quad (62)$$

Damit sind die Voraussetzungen erfüllt, daß der Beton für den betrachteten Lastfall im Zustand I verbleibt.

Durch eine Reduzierung der Beulsicherheit und des damit verbundenen Abfallens des Eigengewichts wird die vom System aufnehmbare Last immer kleiner, bis sie im ungünstigsten Fall identisch wird mit dem für die Bemessung maßgeblichen Lastfall $g + \gamma \times w$. Im gezogenen Bereich der Schale wird die Grenzdehnung ϵ_{BZ} erreicht, und der erforderliche Bewehrungsgrad ist $\bar{\mu}$.

Bei einer Verringerung der Beulsicherheit führt also die Forderung nach einem Beton im Zustand I zu einem im Vergleich zu den im Tragwerk wirkenden Spannungen überproportional ansteigenden Bewehrungsgrad. Der Anteil der Bewehrung hat zwar nur einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Höhe der vom System aufnehmbaren Last, er ist jedoch von großer Bedeutung, wenn das günstige Tragverhalten der Kühlturmschalen für eine Verminderung der Wanddicke genutzt werden soll. Bei größerer Ausnutzung der Tragreserven hängt der Bewehrungsgrad fast ausschließlich von der Zugfestigkeit des Betons als maßgebliche Einflußgröße für die Tragfähigkeit des Gesamtsystems ab.

Ausgehend von den untersuchten Schalengeometrien zeigt Abbildung 38 die für verschiedene Wanddicken infolge des Lastfalls $g + 1.75 \times w$ erforderliche Bewehrung in Meridianrichtung.

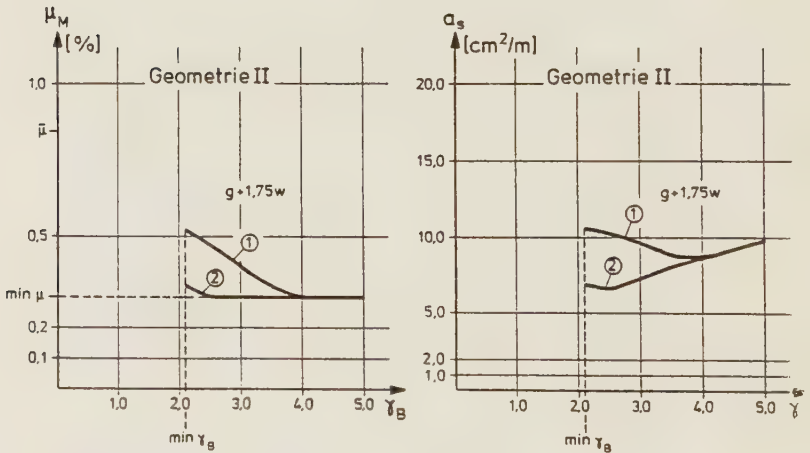
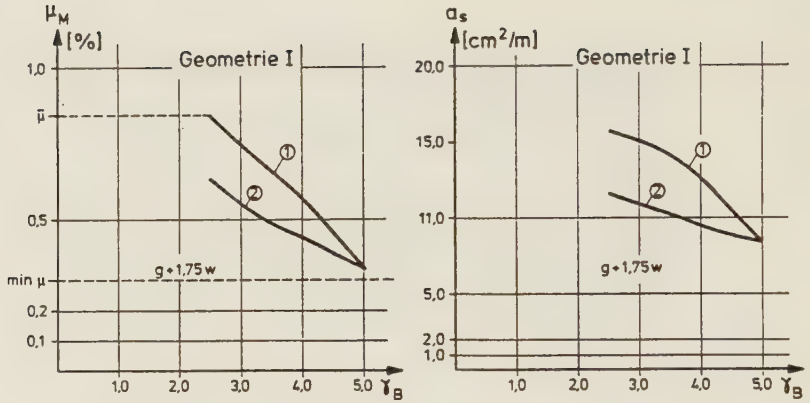


Abbildung 38: Erforderliche Meridianbewehrung
für verschiedene Seilsicherheiten

Kurve 1 zeigt das Anwachsen des Bewehrungsgrades, damit der Beton im Zustand I bleibt, Kurve 2 zeigt die Bewehrungsanteile, wenn die Betonzugfestigkeit unberücksichtigt bleibt. Die untersuchte Lastfallkombination ist bei Geometrie I für eine Beulsicherheit $\gamma_B < 2.5$ nicht mehr aufnehmbar. Für $\gamma_B = 2.5$ ist $\mu = \bar{\mu}$. Bei Geometrie II wird die minimale Wanddicke durch $\min \gamma_B = 2.1$ bestimmt, so daß immer gilt $\mu < \bar{\mu}$. Für Beulsicherheiten $\gamma_B \geq 4.0$ (Kurve 1) und $\gamma_B \geq 2.5$ (Kurve 2) wird der Bewehrungsgrad durch die Mindestbewehrung $\mu = 0.3 \%$ festgelegt, so daß für diese Bereiche der Stahlquerschnitt mit abnehmender Schalendicke ebenfalls kleiner wird.

Bei einer Beanspruchung der Schale durch die im Rahmen dieser Untersuchung betrachteten Lastfälle Eigengewicht und Wind kann also eine Berechnung des Tragwerks ohne Berücksichtigung der physikalisch und geometrisch nichtlinearen Einflüsse erfolgen, wenn folgende Voraussetzungen gegeben sind:

1. Eine vorher festgelegt minimale Beulsicherheit und eine aufnehmbare Dehnung des Betons werden an keinem Punkt der Schale unterschritten.
2. Die Betondruckspannungen sind so klein, daß nichtlineare Einflüsse des Stoffgesetzes vernachlässigbar bleiben.

Sind diese Voraussetzungen nicht erfüllt (Geometrie I, $\gamma_B = 2.1$, vgl. Seite 48),

ist eine nichtlineare Berechnung erforderlich, da sie in diesem Fall ein eindeutiges Absinken der aufnehmbaren Lasten liefert. Dies gilt sinngemäß auch für beliebige andere Lastfälle, wobei jedoch die entsprechenden Abweichungen der Hauptspannungen von der Richtung der den Bemessungsgrößen zugrunde liegenden Spannungen berücksichtigt werden muß.

4.4 Temperaturbeanspruchung

Die Umgebungsluft von Kühltürmen unterliegt an der Außen- und Innenseite der Schalenwand bestimmten Temperaturschwankungen. Neben einer gleichmäßig über die Schalenoberfläche verteilten Aufheizung infolge des Kühlerbetriebs oder eines Anstiegs der Außentemperaturen kann es noch zu lokalen Temperatureinwirkungen auf das Tragwerk kommen, die im wesentlichen aus betrieblichen Gründen erfolgen.

Bedingt durch seine geringe Zugfestigkeit geht der Beton bereits infolge kleiner Zwängungskräfte in den gerissenen Zustand über. Dadurch nimmt wiederum die Steifigkeit ab und mit ihr die aus der Zwängung resultierenden Spannungen. Die Höhe der Temperaturbeanspruchung, bei der sich im Tragwerk Risse einstellen, hängt von der Größe des Eigengewichts ab, durch das der Querschnitt überdrückt wird.

Zur Berechnung werden die durch die Erwärmung

der Schale entstehenden Zwängungsspannungen inkrementell in äquivalente Knotenkräfte umgewandelt (vgl. Abschnitt 2.3). Diese Ersatzbelastung wird unter Berücksichtigung des Schaleneigengewichts aufgebracht. Nach jedem Lastinkrement werden die Spannungen schichtweise ermittelt. Die Elastizitätsmoduli werden je nach Größe der entsprechenden Hauptspannungen abgemindert oder zu Null gesetzt (vgl. Abschnitt 3.4). Mit diesen Materialwerten wird die Steifigkeitsmatrix für das nächste Inkrement bestimmt. Nach der letzten Erhöhung werden die Schnittgrößen infolge der Gesamttemperaturbeanspruchung nochmals errechnet.

Dabei gelten für die Untersuchungen folgende Voraussetzungen:

1. Es handelt sich um ein statisches Problem, das heißt, die Temperaturänderungen erfolgen so langsam, daß zeitabhängige Terme, wie sie durch plötzliche lokale Temperaturbeanspruchungen auftreten, vernachlässigbar sind / 52 /.
2. Die für die Berechnung maßgeblichen Materialwerte sind von den im Rahmen der Untersuchungen auftretenden Temperaturen unabhängig / 53 /.
3. Aufgrund der geringen Schalendicke wird ein linearer Temperaturverlauf über den Querschnitt angenommen.

Neben den Rechenwerten für Materialgrößen aus

Abschnitt 4.1 werden folgende weitere Konstanten zugrunde gelegt:

Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha_T = 1.10 \cdot 10^{-5}$

Wärmeübergangskoeffizient $\alpha = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$

Die erste untersuchte Temperaturbeanspruchung resultiert aus einer rotationssymmetrischen und höhenunabhängigen Abkühlung der Außenluft um 15° K bei einem gleichzeitigen Temperaturanstieg der Umgebungsluft an der Innenseite um 30° K / 23,24 /. Die Abbildungen 39 bis 41 und 42 bis 44 auf den Seiten 89 bis 94 zeigen den Verlauf der Ringmomente m_{xx} bzw. der Meridianmomente m_{yy} am Beispiel der Geometrie I (vgl. Abschnitt 4.1). Die mit 1 gekennzeichneten Kurven ergeben sich jeweils aus einer Berechnung mit homogenem und isotropem Werkstoffverhalten, die mit 2 gekennzeichneten zeigen die Ergebnisse unter Berücksichtigung von gerissenem Beton. Hierbei wird wiederum die Mitwirkung der Betonzugfestigkeit wie in Abschnitt 4.1 zugrunde gelegt. Die Abbildungen 45 und 46 auf Seite 95 zeigen die Abhängigkeit der Momente von der vorhandenen Beulsicherheit für zwei verschiedene Höhenkoordinaten. Abbildung 47 zeigt für einen bestimmten Schalenpunkt die gegenseitige Abhängigkeit von Wanddicke und Biegemomenten, bezogen auf die Werte für eine Schale mit der Beulsicherheit $\gamma_B = 5.0$.

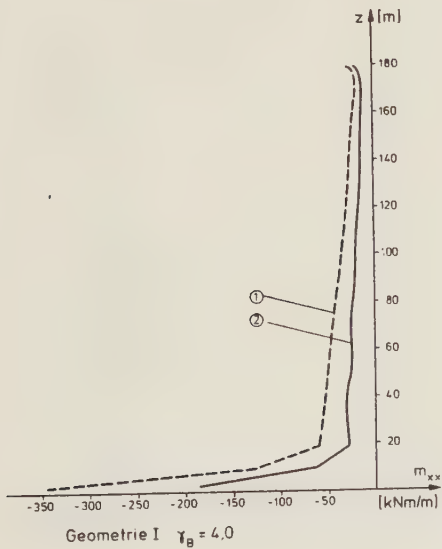
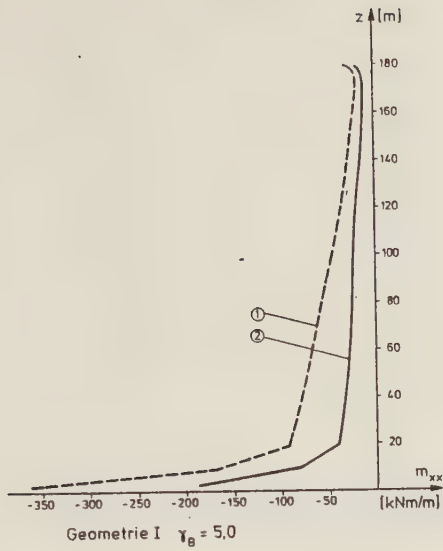


Abbildung 39: Ringmomente m_{xx} infolge einer Temperaturdifferenz von 45°K (Geometrie I, $\gamma_B = 5.0/4.0$)

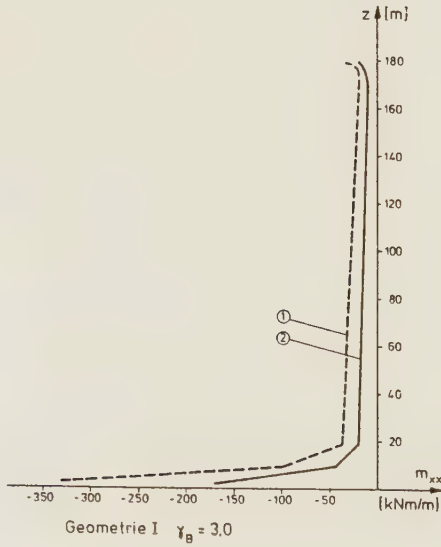
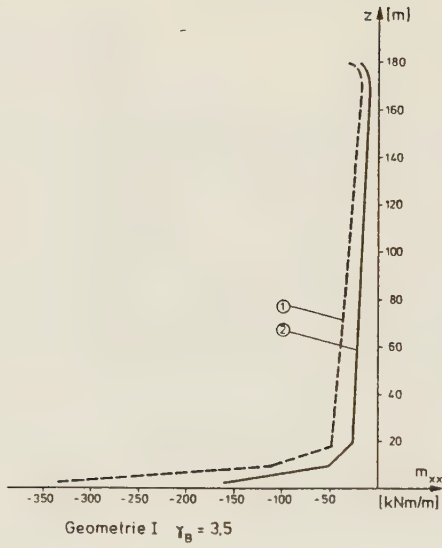


Abbildung 40: Ringmomente m_{xx} infolge einer Temperaturdifferenz von 45° K
(Geometrie I, $\gamma_B = 3.5/3.0$)

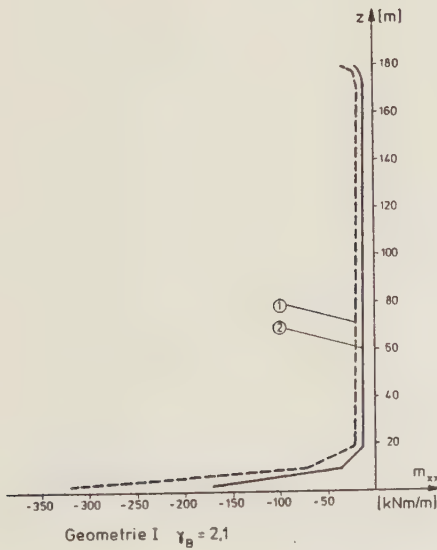
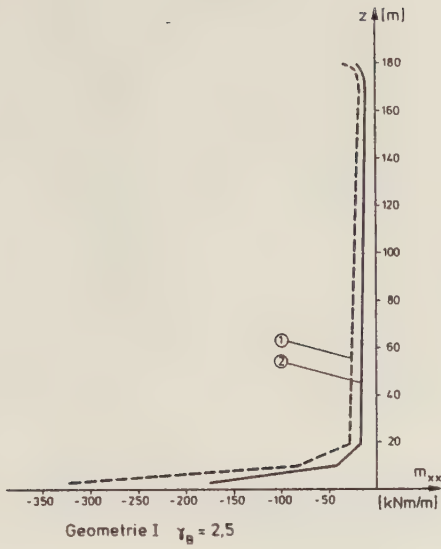


Abbildung 41: Ringmomente m_{xx} infolge einer Temperaturdifferenz von 45°K
(Geometrie I, $\gamma_B = 2.5/2.1$)

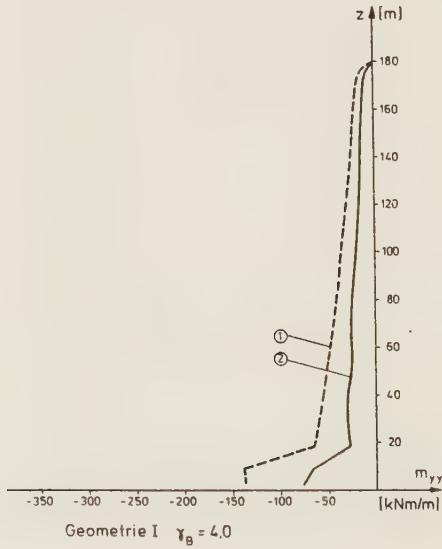
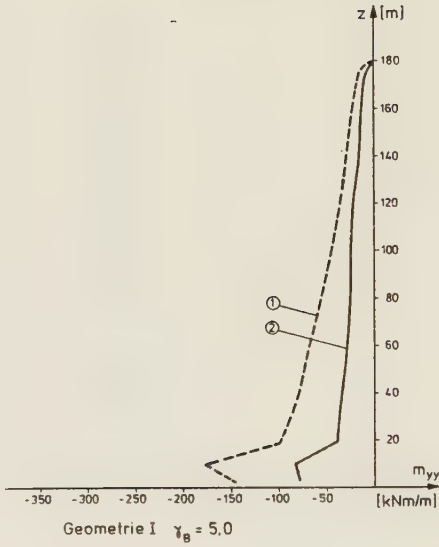


Abbildung 42: Meridianmomente m_{yy} infolge einer Temperaturdifferenz von 45°K
(Geometrie I, $\gamma_B = 5.0/4.0$)

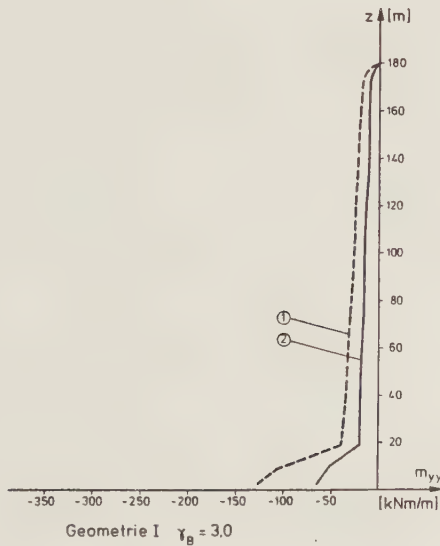
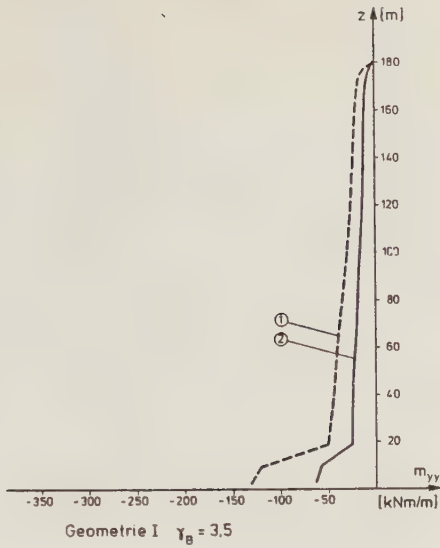


Abbildung 43: Meridianmomente m_{yy} infolge einer Temperaturdifferenz von 45°K
(Geometrie I, $\gamma_B = 3.5/3.0$)

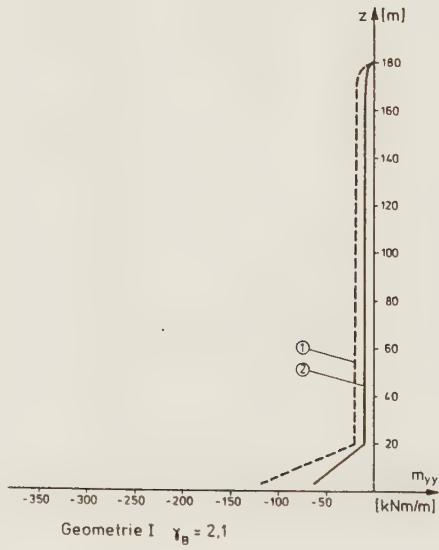
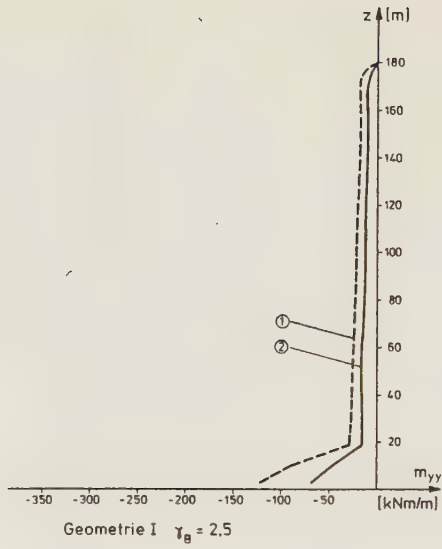


Abbildung 44: Meridianmomente m_{yy} infolge einer Temperaturdifferenz von 45°K
(Geometrie I, $\gamma_B = 2.5/2.1$)

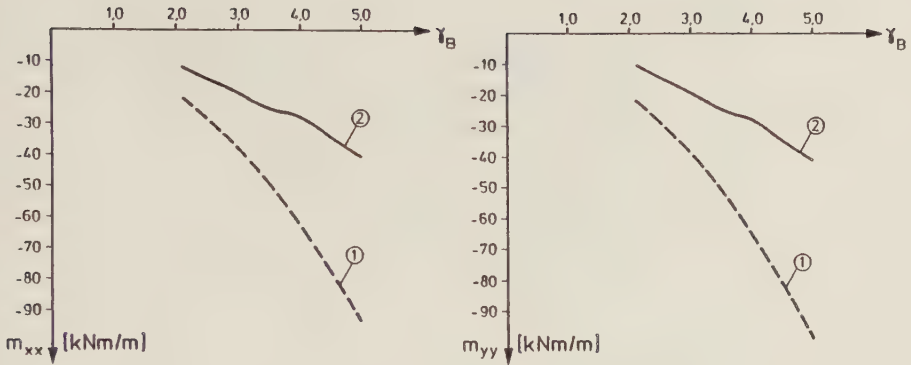


Abbildung 45: Momente aus Temperaturbeanspruchung bei $z = 19$ m für verschiedene Beulsicherheiten

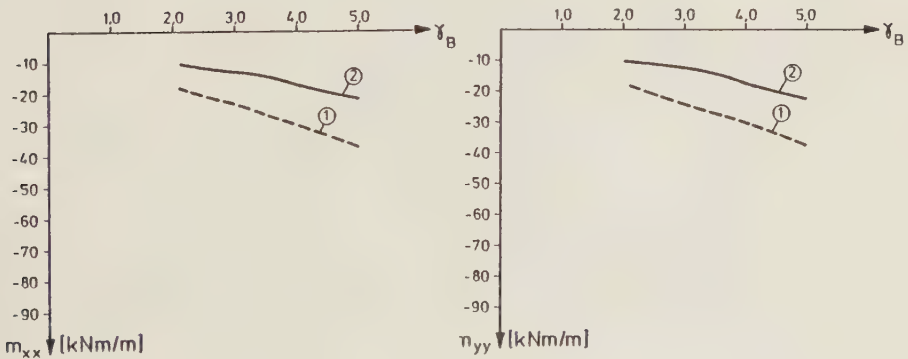


Abbildung 46: Momente aus Temperaturbeanspruchung bei $z = 112$ m für verschiedene Beulsicherheiten

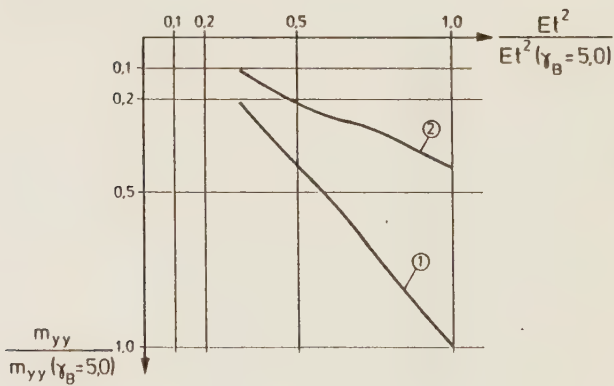
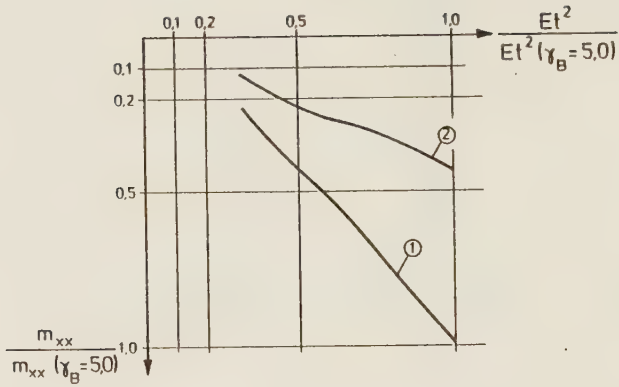


Abbildung 47: Bezogene Momente aus Temperaturbeanspruchung

Bei dem nachfolgend mit Geometrie III bezeichneten Kühlturm handelt es sich um eine Schale, die durch eine über Umfang und Höhe veränderliche Temperatureinwirkung beansprucht wird (Abbildung 48), die zum Beispiel durch Abgasfackeln auf dem Kraftwerksgelände hervorgerufen werden kann. Abbildung 49 zeigt die Momente in Umfangs- und Meridianrichtung für $\theta = 0^\circ$. Abbildung 50 zeigt die Verteilung der Momente über den Umfang für eine bestimmte Höhe.

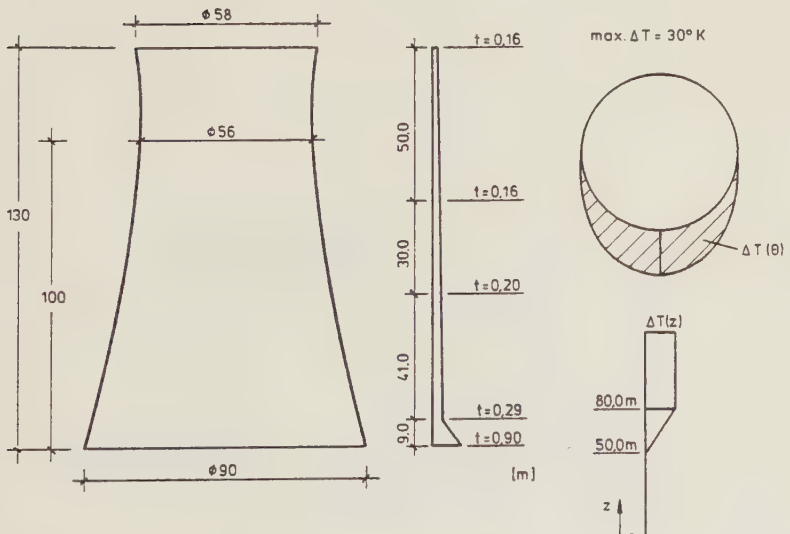


Abbildung 48: Geometrie III mit über Umfang und Höhe veränderlicher Temperatureinwirkung

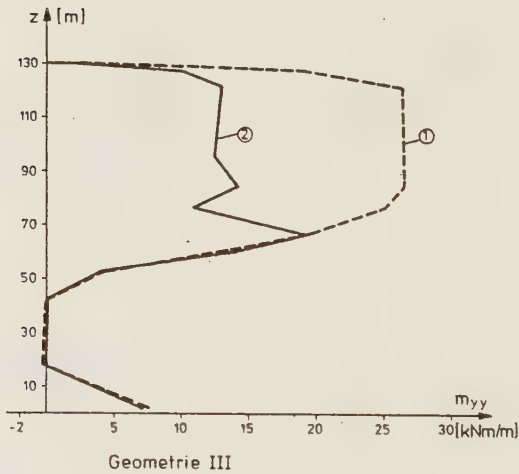
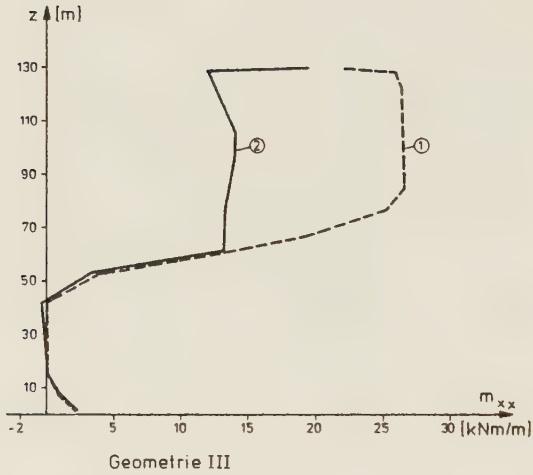


Abbildung 49: Ringmomente m_{xx} und Meridianmomente m_{yy} infolge einer veränderlichen Temperaturdifferenz

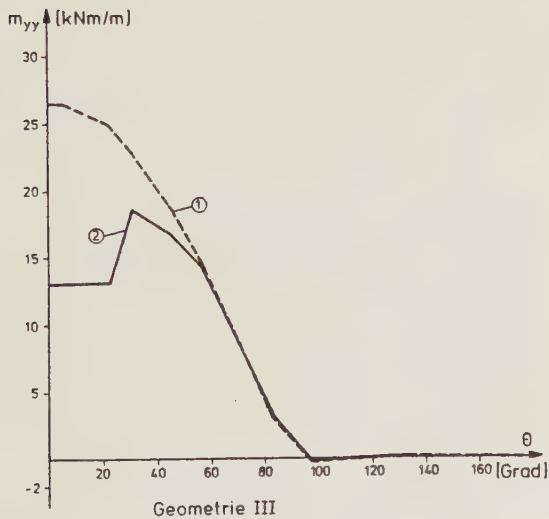
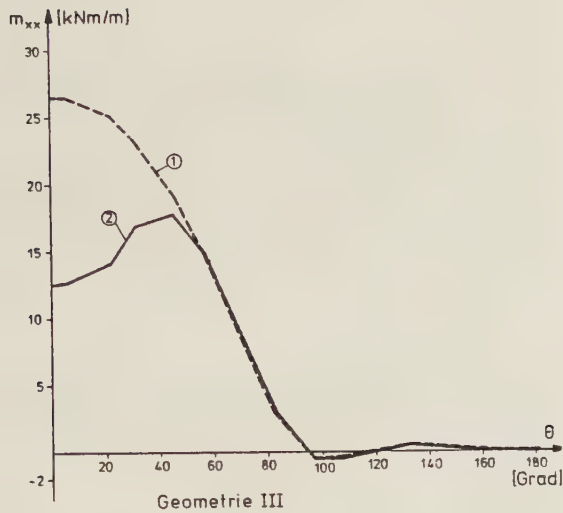


Abbildung 50: Umfangsverteilung der Ringmomente m_{xx} und Meridianmomente m_{yy} infolge einer veränderlichen Temperaturdifferenz bei $z = 111$ m

Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Für eine Berechnung mit homogenem und isotropem Werkstoffverhalten lassen sich die Biegemomente in der Schale näherungsweise bestimmen als

$$m = E \frac{t^2}{12} \alpha_T \Delta T (1 + \nu) = E I \kappa \quad (63)$$

Dies entspricht bis auf den Anteil der Querkontraktion dem Wert für einen beidseitig eingespannten Stab. Die entsprechenden maximalen Randspannungen lauten

$$\sigma = \pm \frac{1}{2} E \alpha_T \Delta T (1 + \nu) \quad (64)$$

Die Momente verhalten sich proportional zum Quadrat der Schalendicke. Abgesehen von den einzuhaltenden Randbedingungen sind die Spannungen nur abhängig von der örtlichen Größe der Temperaturdifferenz, aber nicht von der Temperaturverteilung. Die Schalendicke hat keinen Einfluß auf die Größe der Spannungen.

Berücksichtigt man die Eigenschaften des Werkstoffs Stahlbeton so ergibt sich aus der Bedingung

$$\bar{z} \cdot \kappa (\Delta T) \leq \epsilon_{BZ} \quad (65)$$

der Abstand $\bar{z}$ von der neutralen Faser bis zum Riß als

$$\bar{z} = \frac{(\epsilon_{BZ} - \epsilon_N) t}{\alpha_T \Delta T (1 + \nu)} \quad (66)$$

Dabei ist ϵ_N die Dehnung infolge einer Normalkraft in der entsprechenden Richtung. Die maximal aufnehmbare Temperaturbeanspruchung im Zustand I lautet

$$\max \Delta T_I = \frac{2(\epsilon_{BZ} - \epsilon_N)}{\alpha_T(1+\nu)} \quad (67)$$

Das daraus resultierende maximale Biegemoment in der Schale bei ungerissenem Querschnitt ist

$$\max m_I = \frac{1}{6} E t^2 (\epsilon_{BZ} - \epsilon_N) \quad (68)$$

Für eine Schalendicke $d = 0.16$ m und bei vernachlässigbarer Normalkraft ergibt sich unter Zugrundelegung der Rechenwerte für Materialgrößen aus Abschnitt 4.1

$$\max m_I (d = 0.16\text{m}) = 14.5 \text{ kN/m}$$

Wie aus Abbildung 49 ersichtlich ist, trennen sich die Kurven 1 und 2 für größere Momente. Für größere Temperaturdifferenzen können die Momente und Spannungen mit Hilfe von Näherungsverfahren ermittelt werden / 23,54 /, die jedoch nicht den Einfluß der Betonzugfestigkeit berücksichtigen. Sie ermöglichen eine Bestimmung der Größe der Druckzone des Betonquerschnitts durch eine Gleichgewichtsbetrachtung unter der Annahme, daß infolge einer Temperaturdifferenz keine Normalkräfte in der Schale erzeugt werden.

Es zeigt sich jedoch, daß auch hier das Verhalten des zugbeanspruchten Betons die Ergebnisse stark beeinflußt. Dies soll am Beispiel der Geometrie III erläutert werden.

Bezeichnet $x = k_x d$ die Größe der Druckzone und $h = k_h d$ den Abstand des zugbeanspruchten Stahlquerschnitts vom gedrückten Rand, so ist

$$k_x = -\frac{n\mu}{2t} + \sqrt{\frac{n\mu}{2t} \left(\frac{n\mu}{2t} + 2k_h \right)} \quad (69)$$

bei einer Temperaturbeanspruchung ohne Normalkraft / 23,54 /. Bei Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit wird daraus

$$k_x = -\frac{n\mu}{2t} + \sqrt{\frac{n\mu}{2t} \left(\frac{n\mu}{2t} + 2k_h \right) + \frac{z^2}{t^2}} \quad (70)$$

Für das Beispiel der Geometrie III wird infolge einer Temperaturdifferenz von 30° K

$$k_x (\epsilon_{BZ} = 0) = 0,2574$$

$$k_x (\epsilon_{BZ} = 0,1\text{‰}) = 0,362$$

Im ersten Fall wird also nahezu 75 % des Betonquerschnitts als gerissen angesehen, während es bei realistischen Annahmen nur etwa 63 % sind.

Für die Stahlspannungen ergibt sich

$$\sigma_s (\epsilon_{BZ} = 0) = 41,97 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_s (\epsilon_{BZ} = 0,1\text{‰}) = 34,06 \text{ MN/m}^2$$

Die Biegemomente in der Schale sind

$$m (\epsilon_{BZ} = 0) = 7,32 \text{ kNm/m}$$

$$m (\epsilon_{BZ} = 0,1\text{‰}) = 10,7 \text{ kNm/m}$$

Der letzte Wert ist identisch mit dem Umfangsmoment unterhalb des oberen Randes von Geometrie III, da hier die Ringkräfte nur sehr klein sind. Bei zusätzlich wirkenden Normalkräften verändern sich die Spannungen und Biegemomente entsprechend.

Auch für Beanspruchungen, die zu Zwängungs-
spannungen in der Schale führen, zeigt es sich
demnach, daß die Annahmen bezüglich des zug-
beanspruchten Betons von großem Einfluß auf
die Ergebnisse und somit auf die Bemessung
sein können.

5. Abschließende Betrachtungen

5.1 Zusammenfassung

Die Grenztragfähigkeit schlanker Schalen wird durch ihr Stabilitätsverhalten oder durch Materialversagen bestimmt. Bei Schalen aus Stahlbeton stehen der derzeit geforderten Beulsicherheit $\gamma_B = 5.0$ Sicherheiten von 1.75 gegen Fließen des Bewehrungsstahls und 2.1 gegen Überschreiten der Betondruckfestigkeit gegenüber.

Ziel der Arbeit ist es, das Trag- und Verformungsverhalten dieser Schalen bis zum Erreichen der Grenzlast in Abhängigkeit von der Beulsicherheit zu untersuchen. Zur Berechnung werden Kühltürme als derzeit größte ausgeführte Schalen aus Stahlbeton gewählt, da sie außer durch ihr Eigengewicht in der Regel noch durch eine über Umfang und Höhe veränderliche, statisch betrachtete Windlast beansprucht werden, die im Tragwerk sowohl Druck- als auch Zugspannungen hervorruft.

Die Berechnung erfolgt unter Ausnutzung der Symmetrie mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente, wobei ein räumlich gekrümmter Elementtyp verwendet wird, der trotz geringer Anzahl bei der gewählten Diskretisierung gute Ergebnisse liefert und über das Element veränderliche Lasten und Steifigkeitsverhältnisse berücksichtigt. Die Ansätze werden um die nichtlinearen Terme erweitert und ein nichtlineares zweiachiales Materialgesetz für Beton sowie ein

bilineares Spannungs-Dehnungsverhalten für Stahl implementiert. Die Zugfestigkeit von Beton wird bei der Berechnung berücksichtigt.

Verschiedene Kühlturmgeometrien mit jeweils unterschiedlichen Wanddicken und somit unterschiedlichen Sicherheiten gegen Stabilitätsversagen werden durch konstantes Eigengewicht und schrittweise erhöhter nichtrotationssymmetrische Windbeanspruchung bis zum Versagen des Materials belastet. Die Grenztragfähigkeit ist erreicht, wenn die Gleichgewichtsbedingungen innerhalb bestimmter Toleranzen nicht mehr erfüllbar sind.

Am Beispiel derselben Schalentragerwerke wird gezeigt, welche tatsächlichen Spannungszustände in den Tragwerken durch Temperaturbeanspruchung entstehen, wenn für den Werkstoff Stahlbeton ein wirklichkeitsnahes Materialverhalten zugrunde gelegt wird. Der Abbau der Zwängungskräfte durch eine Verringerung der Steifigkeit wird infolge klimatisch und betrieblich bedingter Temperaturdifferenzen in der Schale gezeigt.

5.2 Ergebnisse und Schlußfolgerungen

Die untersuchten Schalentragerwerke mit ihren unterschiedlichen Wanddickenverläufen zeigen bis zum Erreichen ihrer Grenztragfähigkeit ein nahezu identisches Trag- und Verformungsverhalten, das für verschiedene Beulsicherheiten lediglich quantitative Unterschiede aufweist.

In der Regel sind die Sicherheiten gegen Instabilwerden deutlich größer als die Sicherheiten gegen Materialversagen. Eine Ausnahme hiervon stellt bei Geometrie II die Schale mit der größten Schlankheit ($\gamma_B = 2.1$) dar, bei der die Traglast größer als die Beullast ist, da der Eigengewichtsanteil an der Gesamtbelastung aufgrund der Abmessungen auch für geringe Wandstärken überwiegt. Die Beulsicherheit steigt bezogen auf den Traglastfaktor mit zunehmender Wanddicke der Schale überproportional an, wobei der Traglastfaktor mit wachsender Beullast etwa linear zunimmt.

Mit einer Ausnahme (Geometrie I, $\gamma_B = 2.1$) überschreitet bei allen Beispielen die aufnehmbare Last die für die Ermittlung des Bewehrungsgehaltes maßgebliche 1.75-fache Windlast. Die bei einer Vorbemessung nach dem Stabilitätskriterium erfolgte Festlegung der Schalendicke bewirkt, daß die vom Betonquerschnitt aufnehmbare Zugkraft größer ist als diejenige, die der Stahlquerschnitt ohne Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit aufnehmen kann. Hinzu kommt, daß durch die erforderliche Wanddicke eine Vorspannung im Tragwerk entsteht, die so groß ist, daß sich der Beton auch infolge einer 1.75-fachen Windlast noch im Zustand I befindet.

Daraus folgt, daß ein Übergang in den Zustand II bei einer mehr als 1.75-fachen Windlast ein Überschreiten der Streckgrenze des Stahls zur Folge hat, was gleichbedeutend mit dem Versagen des Tragwerks ist. Für die unter-

suchten Schalen läßt sich die kritische Last näherungsweise als diejenige Belastung definieren, bei der eine Grenzdehnung des zugbeanspruchten Betons überschritten wird. Unterhalb dieser Laststufe wird bei der untersuchten Beanspruchungsart weder der Beton im gedrückten Bereich der Schale bis zum Wirksamwerden nichtlinearer Einflüsse beansprucht, noch die Streckgrenze des Bewehrungsstahls an irgendeiner Stelle erreicht. Unter der Voraussetzung eines linearen Spannungs-Dehnungsverhaltens des Betons im Zugbereich ergibt sich somit das fast bis zum Erreichen der Grenztragfähigkeit lineare Trag- und Verformungsverhalten. Die ungünstige Wirkung nichtlinearer Einflüsse zeigt sich lediglich, wenn, wie bei der erwähnten Ausnahme, ein Reißen des Betonquerschnitts unterhalb der zur Bemessung herangezogenen kritischen Windlast eintritt.

Solange sich der Schalenquerschnitt im Zustand I befindet, herrscht ein Membranspannungszustand vor. Die nur geringe Momentenbeanspruchung führt dazu, daß ein Versagen schlagartig eintritt, da ein Überschreiten der Grenzdehnung für den gesamten Querschnitt gilt. Der daraus resultierende Riß bewirkt ein völlig geändertes Tragverhalten der Schale. Längs der Rißufer bilden sich ausgeprägte Momente in Umfangsrichtung, verbunden mit großen Verformungen in Richtung der Schalennormalen. Eine Steigerung der Last ist nicht mehr möglich.

Bedingt durch die niedrigen Bewehrungsgrade in Kühlturmschalen hat die Größe der Bewehrungsmenge nur einen unwesentlichen Einfluß auf die Höhe der Grenztragfähigkeit, solange der Beton nicht gerissen ist. Der Bewehrungsanteil muß jedoch im Verhältnis zu den in der Schale wirkenden Zugkräften überproportional ansteigen, wenn der Beton vor oder bei Erreichen der für die Bemessung maßgeblichen Lastfallkombination in den Zustand II übergeht. Dies kann zum Beispiel der Fall sein, wenn die Schale für eine Beulsicherheit $\gamma_B \leq 5.0$ ausgelegt wird, oder wenn die zur Bemessung herangezogene Windlastverteilung zu großen Zugspannungen im Tragwerk führt.

Bewirkt ein Überschreiten der Grenzdehnung des zugbeanspruchten Betons infolge einer Belastung, die kleiner ist als diejenige, die zur Bemessung herangezogen worden ist, ein ungünstigeres Tragverhalten der Schale, so stellt das Reißen des Betonquerschnitts den primären Grund für das Erreichen der Grenztragfähigkeit dar, wenn es infolge einer Beanspruchung erfolgt, die größer ist, als die der Bemessung zugrunde liegenden Last. Daraus läßt sich für die Berechnung die Bedingung ableiten, daß die Schalenwand bei einer Lastfallkombination $g + \gamma \times w$ im Zustand I bleiben muß. Die Festlegung einer Grenzdehnung für zugbeanspruchten Beton erlaubt die Definition einer kritischen Spannung. Ferner ergibt sich daraus eine von dieser Spannung abhängige obere Grenze des Bewehrungsgrades, da das Ausnutzen eines noch größeren Stahlquerschnitts mit dem Überschreiten der erwähnten Grenzdeh-

nung verbunden ist. Mit Hilfe der kritischen Spannung läßt sich die Höhe des Traglastfaktors näherungsweise bestimmen. Neben den aus der Windbelastung resultierenden Zugspannungen sind die günstig wirkenden Druckspannungen infolge des Schaleneigengewichts für die aufnehmbare Beanspruchung maßgebend.

Unter der Voraussetzung eines linearen Spannungs-Dehnungsverhaltens des Betons im Zugbereich läßt sich demnach eine Berechnung und Bemessung von Kühlturmschalen aus Stahlbeton mit Hilfe eines linear-elastischen Werkstoffverhaltens und mit geometrisch linearen Ansätzen durchführen, wenn die kritischen Zugspannungen infolge der Lastfallkombination $G + \gamma \times W$ nicht überschritten werden.

Die Beulsicherheit und die Sicherheit gegen Materialversagen sind über die Schalendicke miteinander verknüpft. Eine große Wanddicke führt einerseits zu einem Ansteigen der für die Beulbemessung maßgeblichen kritischen Druckspannungen und andererseits zu einer größeren übertragbaren Zugkraft im Betonquerschnitt. Eine gleiche Schalendicke vorausgesetzt, tritt bei kleineren Schalen wegen der geringeren 'Vorspannung' durch ihr Eigengewicht das Materialversagen in den Vordergrund, während bei größeren Schalen das Stabilitätsproblem maßgebend wird. Eine eindeutige Abhängigkeit zwischen beiden Phänomenen läßt sich nicht formulieren, da das Beulverhalten zusätzlich geometrieabhängig ist. Hinzu kommt, daß für verschiedene Windlastvertei-

lungen die Absolutwerte der Druck- und Zugspannungen in der Schale für einen bestimmten Querschnitt über den Umfang stark variieren können.

Es kann jedoch zusammenfassend festgestellt werden, daß für Schalen mit einer Beulsicherheit $\gamma_B = 5.0$ bei den betrachteten Lastfällen die aufnehmbare Beanspruchung deutlich über der für die Bemessung maßgeblichen Lastfallkombination liegt, wobei das Verhältnis mit wachsenden äußeren Abmessungen noch günstiger wird.

Durch eine Reduzierung der Beulsicherheit treten die Materialeigenschaften des zugbeanspruchten Betons in den Vordergrund. Die derzeit vorhandenen Kenntnisse auf diesem Gebiet lassen jedoch eine eindeutige Aussage über Grenzdehnung, Zugfestigkeit und daraus resultierenden Verformungsverhalten des Betons nicht zu, so daß die Formulierung eines entsprechenden Stoffgesetzes und die Vorgabe von Rechenwerten an Bedeutung gewinnen wird, wenn das Tragverhalten dieser Schalen aus Stahlbeton in einem größeren Umfang ausgenutzt werden soll, als dies heute geschieht. Dabei ist jedoch auch zu beachten, daß eine theoretisch mögliche Verringerung der Schalendicke ein überproportionales Ansteigen der Bewehrung nötig macht, womit dieses Problem auch unter wirtschaftlichen Aspekten zu betrachten sein wird.

Bei einer Temperaturbeanspruchung von Kühlturmschalen läßt sich zusammenfassend ebenfalls feststellen, daß die Annahmen bezüglich des zugbeanspruchten Betons ausschlaggebend für die Höhe der Zwängungsspannungen im Tragwerk sind. Für die in der Regel aus betrieblichen oder klimatischen Gründen über den Schalenquerschnitt auftretenden Temperaturdifferenzen gilt, daß auch hier die Größe der Betondruckspannungen nicht bis zum Wirksamwerden nichtlinearer Einflüsse ansteigt. Bei Vorgabe einer Grenzdehnung für zugbeanspruchten Beton lassen sich die aus der Temperaturbeanspruchung resultierenden Kräfte mit Hilfe linearer Beziehungen berechnen.

Literaturverzeichnis

- / 1 / Der, F.J., Fidler, J.: "A Model of the Buckling Behaviour of Hyperbolic Shells", Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Vol. 41, 1968, S. 105

- / 2 / Veronda, D.R., Weingarten, V.I.: "Stability of Hyperboloidal Shells", Journ. Struct. Div., 1975, S. 1585

- / 3 / Mungan, I.: "Buckling Stress States of Hyperboloidal Shells", Journ. Struct. Div., 1976, S. 2005

- / 4 / Mungan, I.: "Buckling Stress States of Stiffened Hyperboloidal Shells", Journ. Struct. Div., 1979, S. 1589

- / 5 / Mungan, I.: "Schalenbeulung am Beispiel der Rotationsschalen", Der Stahlbau 49, 1980, S. 41

- / 6 / "Konstruktiver Ingenieurbau Berichte", Heft 29/30, Vulkan Verlag, Essen 1977

- / 7 / Flügge, W.: "Die Stabilität der Kreis-zylinderschale", Ingenieurarchiv, Band 3, 1932, S. 463

- / 8 / Pflüger, A.: "Zur praktischen Berechnung der axial gedrückten Kreiszylinderschale", Der Stahlbau 32, 1963, S. 161

- / 9 / Almannai, A., Basar, J., Mungan, I.:
"Systematische Beuluntersuchungen an
Rotationsschalen: Theorie und Versuch",
Der Bauingenieur 54, 1979, S. 205
- / 10 / Köpper, H.-D.: "Theorie und numerische
Lösung des Stabilitätsproblems allge-
meiner Rotationsschalen", Technisch-
wissenschaftliche Mitteilungen des
Instituts für Konstruktiven Ingenieur-
bau der Ruhr-Universität Bochum
Nr. 74-2, Bochum 1974
- / 11 / Zerna, W., Almannai, A., Basar, J.,
Mungan, I.: "Randbedingungen und Beul-
verhalten von Kühlturmschalen, Beton-
und Stahlbetonbau 74, 1979, S. 200
- / 12 / Wästlund, A.: "Nya rön angående betonges
grundläggande halfast-hetsegenskaper",
Betong, Stockholm 1937, S. 187
- / 13 / Kupfer, H.: "Das Verhalten des Betons
unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung
unter besonderer Berücksichtigung der
zweiachsigen Beanspruchung", Deutscher
Ausschuß für Stahlbeton, Heft 229,
Berlin 1973
- / 14 / Zerna, W., Schnellenbach, G., Schimmel-
pfennig, K.: "Die Festigkeit des Betons
bei mehraxialer Belastung", Bericht Nr. 5
der Forschungsgruppe Reaktordruckbehälter,
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau,
Ruhr-Universität Bochum, 1970

- / 15 / Wegner, R.: "Tragverhalten von Stahlbetonplatten mit nichtlinearen Materialgesetzen im gerissenen Zustand - FE Methode", Institut für Statik der Technischen Universität Braunschweig, Bericht 74-11, 1974
- / 16 / Link, J.: "Eine Formulierung des zweiachsalen Verformungs- und Bruchverhaltens von Beton und deren Anwendung auf die wirklichkeitsnahe Berechnung von Stahlbetonplatten", Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 270, Berlin 1976
- / 17 / Form, J., Peters, H.L.: "Economical Aspects of Design and Execution of Large Natural-Draft Cooling Towers", IAASS Symposium on Very Tall Reinforced Concrete Cooling Towers, Paris 1978, S. 342
- / 18 / Zerna, W., Mungan, I., Steffen, W.: "Bestimmung der Beulsicherheit von Schalen aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der physikalisch-nichtlinearen Materialeigenschaften", Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 315, Berlin 1980
- / 19 / Zerna, W., Mungan, I., Steffen, W.: "Wind-Buckling Approach For RC Cooling Towers", Journ. Eng. Mech., 1983, S. 836

- / 20 / Coenen, J.H.: "3-D Limit Load Analysis of Reinforced Concrete Shells of Arbitrary Shape", Computers & Structures, 1980, S. 107

- / 21 / Mang, H., Floegl, H., Trappel, F., Walter, H.: "Wind-loaded reinforced-concrete cooling towers: buckling or ultimate load?", Journ. Eng. Struct., 1983, S. 163

- / 22 / Floegl, H.: "Traglastermittlung dünner Stahlbetonschalen mittels der Methode der Finiten Elemente unter Berücksichtigung wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens sowie geometrischer Nichtlinearität", Dissertation, Technische Universität, Wien, 1983

- / 23 / Krätzig, W.B.: "Kühltürme", in: "Jahrbuch Bautechnik im Kraftwerksbau", 2. Ausgabe 1982/83, Vulkan Verlag, Essen 1982, S. 369

- / 24 / VGB-Fachausschuß Bautechnik bei Kühltürmen: BTR-Bautechnik bei Kühltürmen, Teil 2: Bautechnische Richtlinien, VGB-Verlag, Essen 1980

- / 25 / Harnach, R.: "ANKE - Ein Programmsystem für den Automatischen Naturzugkühlturm-Entwurf", Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum Nr. 77-4, Bochum 1977

- / 26 / Zienkiewicz, O.C.: "The Finite Element Method", McGraw-Hill, London 1977

- / 27 / Taig, I.C.: "Structural Analysis by the matrix displacement method", Engl. Electric Aviation Report No. 17, 1961

- / 28 / Irons, B.M.: "Numerical integration applied to finite element methods", Conf. on Use of Digital Computers in Struct. Eng., University of Newcastle, 1966

- / 29 / Irons, B.M.: "The Semiloof shell element", in: "Finite Elements for thin shells and curved members", John Wiley & Sons, London 1976, S. 197

- / 30 / Irons, B.M., Ahmad, S.: "Techniques of Finite Elements", John Wiley & Sons, London 1980

- / 31 / Loof, H.W.: "The economical computation of stiffness of large structural elements", Int. Symp. on Use of Computers in Struct. Eng., University of Newcastle, 1964

- / 32 / Ahmad, S.: "Curved Finite Elements in the analysis of solid shell and plate structures", Ph. D. thesis, University of Wales, 1969

- / 33 / Too, J.: "Two dimension, plate, shell and finite prism isoparametric elements and their application", Ph.D. thesis, University of Wales, 1971

- / 34 / Barlow, J.: "Optimal stress locations in finite element models", Int. J. Num. Meth. Eng., 10, 1973, S. 153

- / 35 / Razzaque, A.: "Finite element analysis of plates and shells", Ph.D. thesis, University of Wales, 1972

- / 36 / Baldwin, J.T., Razzaque, A., Irons, B.M.: "Shape function subroutine for an isoparametric thin plate element", Int. Journ. Num. Meth. Eng., 7, 1973, S. 431

- / 37 / Jofriet, J.C., McNiece, G.M.: "Finite element analysis of reinforced concrete slabs", Journ. Struct. Div., 97, 1971

- / 38 / Hand, F.R., Pecknold, D.A., Schnobrich, W.C.: "A layered finite element nonlinear analysis of reinforced concrete plates and shells", University of Illinois, Urbana, Illinois, 1972

- / 39 / Lin, Ch.-Sh.: "Nonlinear analysis of reinforced concrete slabs and shells", University of California, UCB-SESM-Report No. 73/07, California, 1973

- / 40 / Axelrad, E.: "Schalentheorie", Teubner-Verlag, Stuttgart, 1983
- / 41 / Zerna, W., Mungan, I., Schmidt, G.: "Der Spannungs- und Verformungszustand von Stahlbetonschalentragwerken mittlerer Wanddicke unter allgemeinem Temperaturgradienten", Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum Nr. 81-9, Bochum 1981
- / 42 / Mungan, I.: "Ein Konzept für die Beulbemessung der Kühlturmschale aus Stahlbeton", Beton- und Stahlbetonbau 76, 1981, S. 229
- / 43 / Mungan, I.: "Über den Nachweis und die Größe der Knick- und Beulsicherheit im Stahlbetonbau", Beton- und Stahlbetonbau 79, 1984, S. 1
- / 44 / Chan, E.C.: "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced Concrete Shells with Edge Beams", University of California, UCB-SESM-Report No. 82/08, California, 1982
- / 45 / Bathe, K.J., Bolourchi, S.: "Large Displacement Analysis of Three-Dimensional Beam Structures", Int. Journ. Num. Meth. Eng., 14, 1979

- / 46 / Reimann, H.: "Kritische Spannungszustände des Betons bei mehrachsiger, ruhender Kurzzeitbelastung", Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 175, Berlin 1965

- / 47 / Griffith, A.: "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids", Philosophical Transaction, Royal Society in London, 1920

- / 48 / Grünberg, J.: "Berechnung von Stahlbeton-flächentragwerken im gerissenen Zustand mit der Methode der finiten Elemente", Werner Verlag, Düsseldorf 1974

- / 49 / Niemann, H.-J.: "Modelling of Wind Loads with Regard to Gust Effects", unveröffentlichtes Manuskript, Ruhr-Universität Bochum

- / 50 / Rausch, E.: "Maschinenfundamente, VDI-Verlag Düsseldorf 1959

- / 51 / Davenport, A.G.: "The Application of Statistical concepts to the Wind Loading of Structures", Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Vol. 19, 1961

- / 52 / Nowacki, W.: "General Report", in: "Non-Classical Shell Problems", Proceedings of the IASS, Warschau 1963

- / 53 / Schmidt, G.: "Temperaturbeanspruchte Stahlbetonschalen im gerissenen Zustand", Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1981

- / 54 / Larrabee, R.D., Billington, D.P., Abel, F.: "Thermal Loading of Thin-Shell Concrete Cooling Towers", Journ. Struct. Div., 1974, S. 2367

Bezeichnungen

Die Bedeutung von Bezeichnungen, die nicht in dieser Aufstellung enthalten sind, geht unmittelbar aus dem Text hervor. Sinngemäßes gilt für Abweichungen und Erweiterungen.

Soweit Spannungen und Verzerrungen mit Vorzeichen versehen sind, bedeutet ein positiver Wert Zug bzw. Längung, ein negativer Druck bzw. Stauchung.

Abschnitt 1

γ_B	Beulsicherheit
------------	----------------

Abschnitt 2.1

U,V,W Verschiebungen in x,y,z-Richtung

θ	Verdrehung
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
11	11
12	12
13	13
14	14
15	15
16	16
17	17
18	18
19	19
20	20
21	21
22	22
23	23
24	24
25	25
26	26
27	27
28	28
29	29
30	30
31	31
32	32
33	33
34	34
35	35
36	36
37	37
38	38
39	39
40	40
41	41
42	42
43	43
44	44
45	45
46	46
47	47
48	48
49	49
50	50
51	51
52	52
53	53
54	54
55	55
56	56
57	57
58	58
59	59
60	60
61	61
62	62
63	63
64	64
65	65
66	66
67	67
68	68
69	69
70	70
71	71
72	72
73	73
74	74
75	75
76	76
77	77
78	78
79	79
80	80
81	81
82	82
83	83
84	84
85	85
86	86
87	87
88	88
89	89
90	90
91	91
92	92
93	93
94	94
95	95
96	96
97	97
98	98
99	99

x, y, z kartesische Koordinaten

 ξ, η lokale, krummlinige Koordinaten

A Vektor der gegenseitigen Verschiebungen von Elementober- und Elementunterseite

R,S gegenseitige Verschiebung von Elementober- und Elementunterseite in x,y-Richtung

†	Elementdicke
1	0,01
2	0,02
3	0,03
4	0,04
5	0,05
6	0,06
7	0,07
8	0,08
9	0,09
10	0,10
11	0,11
12	0,12
13	0,13
14	0,14
15	0,15
16	0,16
17	0,17
18	0,18
19	0,19
20	0,20
21	0,21
22	0,22
23	0,23
24	0,24
25	0,25
26	0,26
27	0,27
28	0,28
29	0,29
30	0,30
31	0,31
32	0,32
33	0,33
34	0,34
35	0,35
36	0,36
37	0,37
38	0,38
39	0,39
40	0,40
41	0,41
42	0,42
43	0,43
44	0,44
45	0,45
46	0,46
47	0,47
48	0,48
49	0,49
50	0,50
51	0,51
52	0,52
53	0,53
54	0,54
55	0,55
56	0,56
57	0,57
58	0,58
59	0,59
60	0,60
61	0,61
62	0,62
63	0,63
64	0,64
65	0,65
66	0,66
67	0,67
68	0,68
69	0,69
70	0,70
71	0,71
72	0,72
73	0,73
74	0,74
75	0,75
76	0,76
77	0,77
78	0,78
79	0,79
80	0,80
81	0,81
82	0,82
83	0,83
84	0,84
85	0,85
86	0,86
87	0,87
88	0,88
89	0,89
90	0,90
91	0,91
92	0,92
93	0,93
94	0,94
95	0,95
96	0,96
97	0,97
98	0,98
99	0,99
100	1,00

 $\hat{x}, \hat{y}$ Einheitsvektoren $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$ partielle Ableitung nach x, y

Abschnitt 2.2

Φ elastisches Potential des Gesamtsystems

$\underline{u}$	Vektor der Knotenparameter
$\underline{\phi}_i, \underline{\phi}_a$	Potential der inneren, äußeren Kräfte
$\underline{\sigma}$	Vektor der Spannungen
$\underline{\epsilon}$	Vektor der Verzerrungen
V	Volumen
A	Fläche
$\underline{P}$	Lastvektor
$\underline{B}$	Matrix der Verzerrungs-Ansatzfunktionen
$\underline{\delta} ()$	Variation von ()
$\underline{E}$	Elastizitätsmatrix
$\underline{K}$	Steifigkeitsmatrix
$\underline{J}$	Jakobi-Matrix
$\det ()$	Determinante von ()
$\underline{\kappa}$	Vektor der Verkrümmungen
$\underline{A}$	Operatorenmatrix
μ_x, μ_y	Bewehrungsgrad in x,y-Richtung
E	Elastizitätsmodul
t_j	Dicke der j-ten Schicht

Abschnitt 2.3

$\underline{P}_g$	Lastvektor infolge Eigengewicht
g	Eigengewicht pro Volumeneinheit
$\underline{P}_w$	Lastvektor infolge Wind
p	Winddruck pro Flächeneinheit
$\underline{\epsilon}^0, \underline{\kappa}^0$	Vektoren der Anfangsverzerrungen

$\underline{\sigma}^0$	Vektor der Anfangsspannungen
ΔT	Temperaturdifferenz
$\underline{P}_{\Delta T}$	Lastvektor infolge Temperaturbeanspruchung
$\underline{\sigma}_i$	Vektor der Spannungen in der i-ten Schicht

Abschnitt 2.4

σ_{11}, σ_{22}	Spannungen in Ring- und Meridianrichtung
$\sigma_{11kr}, \sigma_{22kr}$	kritische Spannungen in Ring- und Meridianrichtung
R_T	Taillenradius
R_B	Basisradius
Z_T	Höhe der Taille über Schalenunterkante

Abschnitt 3.1

$\underline{R}$	Vektor der Residuallasten
$\underline{K}_T$	Tangentensteifigkeitsmatrix
$\underline{u}^n$	Vektor der Knotenparameter bei der n-ten Iteration
τ_{ij}	Cauchy-Spannungstensor
T_{ij}	1. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor
S_{ij}	2. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor
R_{ij}	Verdrehungstensor
$\tilde{\epsilon}_{kl}$	Tensor der nichtlinearen Verzerrungen
ϵ_{kl}	Tensor der linearen Verzerrungsanteile
η_{kl}	Tensor der nichtlinearen Verzerrungsanteile

$\underline{K}_E$	elastische Steifigkeitsmatrix
$\underline{K}_G$	geometrische Steifigkeitsmatrix

Abschnitt 4.1

$w(z, \theta)$	statische Windlast
z	Höhe über Schalenunterkante
θ	Winkel in Umfangsrichtung
$q_0(z)$	Geschwindigkeitsdruck
a_n	Fourier-Koeffizienten
γ_{TR}	Traglastfaktor
n_{xx}, n_{yy}	Normalkräfte pro Längeneinheit in Ring- und Meridianrichtung
m_{xx}, m_{yy}	Biegemomente pro Längeneinheit in Ring- und Meridianrichtung
ϵ_{BZ}	Grenzdehnung von zugbeanspruchtem Beton

Abschnitt 4.2

$\sigma_M(), \sigma_R()$	Spannungen in Meridian- und Ringrichtung infolge ()
----------------------------	---

Abschnitt 4.4

V	Querkontraktion
$\bar{z}$	Abstand von der neutralen Faser bis zum Beginn des Risses
ϵ_N	Dehnung infolge Normalkräfte
ΔT_I	im Zustand I aufnehmbare Temperaturbeanspruchung
m_I	Biegemoment im Zustand I
x	Dicke der Betondruckzone

h Abstand der Stahleinlage vom
gedrückten Rand

n Verhältnis der Elastizitäts-
moduli von Stahl und Beton

Lebenslauf

Name: Michael Winter

geboren: 1.1.1954 in Dortmund

Eltern: Hans Winter, Verkehrsplaner
Erika Winter geb. Poetter

Familienstand: verheiratet, 2 Kinder

Schulbildung: 1960 - 1964 Berswordt-
Volksschule in Dortmund
1964 bis 1973 Geschwister-
Scholl-Gymnasium in Dort-
mund mit Abschluß Abitur

Wehrdienst: 1973 - 1975 freiwillige
Dienstzeit als Zeitsoldat

Studium: Oktober 1975 - Januar 1981
Studium des Bauingenieur-
wesens an der Ruhr-Univer-
sität Bochum mit Abschluß
Diplom

berufliche Tätigkeit: März 1981 - Januar 1982
als Bauingenieur bei der
Firma Ingenieurbüro Schür-
mann / Schürmann-Ingenieur-
gesellschaft in Dortmund
Februar 1982 - Septem-
ber 1984 wissenschaft-
licher Mitarbeiter am
Institut für Konstruktiven
Ingenieurbau, Lehrstuhl I
seit Oktober 1982 als Bau-
ingenieur bei der Firma
Zerna, Schultz und Partner
in Bochum

